10:25

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	9-19

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике, I тур
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Бобылёв Андрей Олегович

Класс, в котором обучается участник: 9

количество листов в работе: 5

вышел 15^{29}
вернулся 15^{31}

ШИФР	9-19

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	+ оточ	–	– оточ	Ø	
7	7	0	0	0	14
7	7	0	0	0	14

№9.1

Нет, например если изначально были треугольники $\triangle ABC$ и $\triangle DEF$ со сторонами:

$AB=2$; $BC=6$; $AC=7$ и $DE=3$; $EF=8$; $DF=9$ — это возможно, т.к. $2+6>7$; $2+7>6$; $6+7>2$ и $3+8>9$; $3+9>8$; $8+9>3$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ эти треугольники существуют.

Тогда желтые (три самые короткие) — это 2, 3, 6, но из них нельзя составить треугольник, т.к. $2+3<6$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ треугольника с данными сторонами не существует.

ч.т.д.

Ответ: Нет, не обязательно.

+

ШИФР	9-19

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «____» ______________ 200 ___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№2

$x \neq 0; y \neq 0$

$x^2 - x > y^2$

$y^2 - y > x^2$

Найти:

Знак при xy

Решение:

$\left.\begin{array}{l} x^2 - x > y^2 \\ y^2 - y > x^2 \end{array}\right\} \Rightarrow x^2 - x + y^2 - y > y^2 + x^2 \Rightarrow -x - y > 0 \Rightarrow x + y < 0$

Не умаляя общности, $x \leq y$, тогда:

$\left.\begin{array}{l} x \leq y \\ x + y < 0 \Rightarrow x < -y \end{array}\right\} \Rightarrow 2x < y - y$, т.е. $2x < 0 \Rightarrow x < 0$.

$x^2 - x > y^2$, т.е. $x < x^2 - y^2$, т.е. $x < (x+y)(x-y) \Rightarrow x > (x+y)(y-x)$; $x < 0$ $\Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow (x+y)(y-x) < 0 \\ (x+y) < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow y - x > 0$, т.е. $(x-y) < 0$

$y^2 - y > x^2 \Rightarrow$ $-y > x^2 - y^2$, т.е.

$\left.\begin{array}{l} -y > (x+y)(x-y) \\ \left.\begin{array}{l} x + y < 0 \\ x - y < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow (x+y)(x-y) > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow -y > 0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y < 0 \\ x < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow x \cdot y > 0 \Rightarrow$ у xy знак $+$ Ответ: $+$.

ШИФР 9-19

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№_____ от «____» ____________ 200 ___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-23-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№3

$a; b; c \in N$

$K = \frac{ab+c^2}{a+b}$ $K < a; K < b; K \in N$

Найти:

Наименьшее кол-во делителей $a+b$

Ответ: 4.

Пример: $K = 2; a = 3; b = 5; c = 1$, тогда:

$2 < 3$, т.е. $K < a$ выполняется;

$2 < 5$, т.е. $K < b$ выполняется;

K, a, b, c – натуральные;

$2 = \frac{3 \cdot 5 + 1^2}{3+5}$, т.е. $2 = \frac{16}{8}$, т.е. $K = \frac{ab+c^2}{a+b}$ – выполняется

Оценка: Предположим, что наименьшее число натуральных делителей у $a+b$ – это 2 или 3, тогда $a+b$ – это или простое число, или квадрат простого числа, т.к. если $a+b$ окажется составным числом (но не квадратом простого), то

xy: $1; x; y; xy$. – 4 делителя минимум.

А если $a+b$ окажется квадратом составного числа, то:

$(xy)^2$: $1; x; x^2; y; y^2; xy; (xy)^2$ – 5 минимум (не 7, т.к. может оказаться, что $x^2 = y^2 = xy$)

ШИФР 9-19

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ___ от « ___ » _________ 200 ___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 4

Дано:

Ω; w — окружности

$\Omega \cap w = A$

CD — хорда Ω

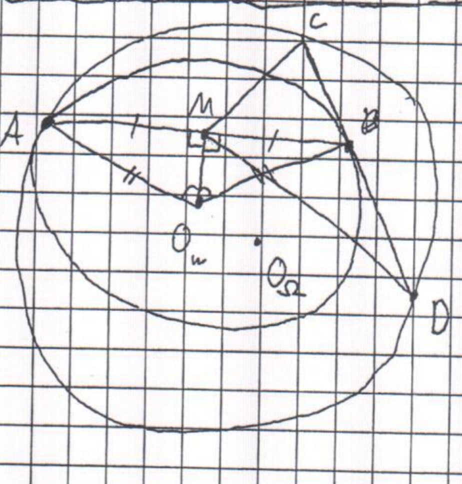
$B \in CD$; $B \in w$

AB — не радиус w

M — середина AB

Д-ть:

Опис. окружность $\triangle CMD$ содержит центр w.



Д-во:

Назовём центры окружностей Ω и w O_Ω и O_w соот.

$A \in w$; $B \in w \Rightarrow O_wA = O_wB = R_w$, т.к. это радиусы w

В $\triangle AO_wB$ $AM = MB \Rightarrow O_w$ медиана
$AO_w = O_wB \Rightarrow AO_wB$ — равнобедр. $\Rightarrow$ A

$\Rightarrow O_wM$ — высота ($\angle AMO_w = \angle BMO_w = 90°$);
биссектриса ($\angle AO_wM = \angle BO_wM$)

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	9-27

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике, II тур.

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Бобылёв Андрей Олегович

Класс, в котором обучается участник: 9

количество листов в работе: 8

17.01 – 17.02

ШИФР II	9-27

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ _____ от «_____» _______________ 200 ____ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-38-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	+	0	+ кю	0	
7	7	0	7	0	21
7	7	0	7 кю	0	21

№ 9.6

Ответ: 29

Пример: $a = 5555555555$;
$b = 3555555556$; — все цифры кроме 6 - нечетные
$c = 9111111111$

$$\begin{array}{r} 5555555555 \\ +\,3555555556 \\ \hline 9111111111 \end{array}$$ — истина.

Оценка: Пусть нечетных цифр больше, чем 29. А так как цифр всего 30, то есть всего 1 вариант при котором нечетных цифр больше, чем 29 — когда 30 цифр - нечетные, т.е. когда все цифры - нечетные, а если все цифры нечетные, то и последние цифры a и b тоже нечетные, тогда и сами числа a и b тоже нечетные $\Rightarrow$ сумма a и b, то есть число c, - четная (неч + неч = чет), а число четно тогда и только тогда, когда четна его последняя цифра, т.е. последняя цифра c - четная - приходим к противоречию $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ 30 неч. цифр быть не может.

ШИФР II 9-27

№9.9

Если в слове будут две тройки по 3 одинаковых ~~числа~~ буквы (например а,а,а,б,б,б, или х,х,х,у,у,у), то такое ~~число~~ слово точно не будет являться хорошим, т.к. как бы эти ~~числа~~ буквы не располагались внутри данного числа, всегда будет последовательность вида aabb. Все ~~расп~~ варианты расположения таких двух троек букв: (Подчеркнуты те буквы которые образуют конструкцию вида aabb

aaabbb; aababb; aabbab; aabbba; abaabb; ababab; ababba; abbaab; abbaba; abbbaa; baaabb; baabab; baabba; babaab; bababa; babbaa; bbaaab; bbaaba; bbabaa; bbbaaa. — 20 вариантов, т.к. количество способов выбрать 3 из 6 позиций под букву а —

$$\frac{6\cdot5\cdot4}{3!}=\frac{6\cdot20}{6}=20$$

Примечание: сочетания из 6 букв выше – не сами слова, а способы расположения букв а,а,а,b,b,b внутри слова, т.е. между этими буквами (и по краям) могут стоять другие буквы в любом количестве, именно поэтому в некоторых словах две одинаковые буквы стоят рядом. Например, вот расположение а,а,а,b,b,b в слове abbcdc-eabcedb — abbabb.

Итак, доказано что в слове не может быть

ЛИСТ 2 ИЗ 8

ШИФР _И_ 9-27

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ____________ 200 ___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

двух троек одинаковых букв, т.е. в хорошем слове может быть максимум какое-то количество одной буквы и по две буквы всех остальных.

Теперь докажем, что в хорошем слове не может быть больше 2n+1 ~~3 одинаковых~~ букв.

~~Для n = 2~~. Далее мы будем брать, что букв a какое-то количество, а букв b, c, d и т.д. – ≤ 2, т.е. a – та самая буква, которой какое-то количество

Итак, доказательство:

1) Для n = 2. Тут всё просто, если букв $a \geq 4$, то (т.к. букв $b \leq 2$) мы не сможем расставить буквы так, чтобы не оказалось двух букв a, стоящих рядом, ведь в алфавите всего 1 буква, кроме a – b, а их не больше 2. a … a … a … a – как видно, если есть хотя бы 4 буквы a, то нужно хотя бы 3 других буквы, а как написано выше – есть максимум 2 буквы b ⇒ если n = 2, то больше, чем 4 одинаковых буквы быть не может, т.е. всего ≥ 2·2+1 = 5 букв * – будет более хорошее ~~д-во~~ для n > 2

~~2) Для n > 2. Предположим, что у нас в хорошем слове хотя бы 4 буквы a. Т.к. n > 2, т.е. n ≥ 3, то у нас есть как минимум ещё буквы b и c в алфавите. Тогда теперь рассмотрим это хорошее слово:~~

ЛИСТ 3 ИЗ 8

ШИФР II

9-27

доказательство при $n > 2$) Пусть у нас K букв a:

$a_1 \ldots a_2 \ldots \ldots \ldots a_{k-1} \ldots a_k$

Возьмём пару букв a_i и a_{i+1}, где $i \geq 2$; $i \leq k-2$. По условию, между ~~ними может стоять не больше 1 буквы~~ ними должна стоять хотя бы одна буква, не являющаяся a. Пусть это буква b, тогда у нас не может стоять вторая буква b левее, чем a_i, т.к. тогда образуется конструкция $bba_{k-1}a_k$, но и вторая буква b не может стоять правее, чем a_i, т.к. тогда образуется конструкция $a_1a_2bb \Rightarrow$ буква b всего одна в этом слове, таким образом происходит с каждой парой a_i и a_{i+1}, кроме a_1, a_2 и a_{k-1}, a_k, а всего таких пар $K-3$, т.е. $K-3$ буквы оказываются по 1 вместо 2 $\Rightarrow$ всего букв в слове не больше, чем:

буква a | все буквы, кроме a | те буквы, что по 1

$$K + 2\cdot((n-1)-(K-3)) + (K-3) = K + 2n - 2 - 2K + 6 + K - 3 = 2n+1 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ всего в хорошем слове при $n>2$ не больше, чем $2n+1$ буква. ч.т.д.

слове. Также между a_1 и a_2 должна стоять хотя бы одна буква, не знаю я одиночные — это c. Тогда c не может стоять левее черты 3, т.к. будет комбинация ~~aa~~ cca_4a_5, но и ~~левее~~ правее черты 4 не может стоять c, т.к. будет комбинация a_1a_2cc $\Rightarrow$ c тоже только одна в слове, и максимум букв — $(n-3)\cdot 2+1+1+5 = 2n-6+7 = 2n+1 = 2n-2+3 = 2(n-1)+3$

Таким образом при добавлении буквы a — т.к. добавляются черточки — убирается одна из других букв и получается, что максимальное кол-во букв в хорошем слове всегда $2n+1$, т.е. $2\cdot(n-1)+3$.

Пример: При алфавите в n букв всегда найдется хорошее слово длиной $2n+1$.

При $n=3$ — это cababac — 7 букв, т.е. $2\cdot 3+1$

При $n=4$ — это dcababacd — 9 букв, т.е. $2\cdot 4+1$

и т.д. всегда будет слово вида ...ababa..., просто с увеличением n приписываются по 1 букве (одинаковые) по краям.

Ответ: $2n+1$.

ШИФР II

9-27

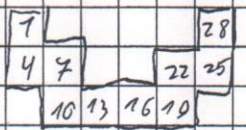
Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ______________ 200___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№9.7

По условию число 1 сосед с 4, 4 сосед с 7, 7 сосед с 10 и т.д.; 2 сосед с 5, 5 сосед с 8, 8 сосед с 11 и т.д.; 3 сосед с 6, 6 сосед с 9, 9 сосед с 12 и т.д. Таким образом, всю нашу доску можно разбить на 3 „змейки", идущие клетки подряд (по вертикали и горизонтали), вот пример:



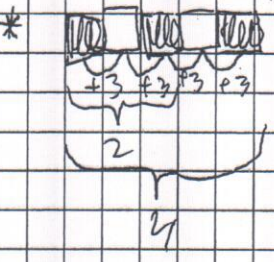
Всего у нашей доски 4 угла, а т.к. змеек 3, то по принципу Дирихле, хотя бы 2 угла принадлежат одной змейке. Т.к. по условию, змейка образована прибавлением по 3 в каждой следующей клеточке, то разность любых двух клеточек одной змейки делится на 3. Если раскрасить нашу доску в шахматном порядке, то углы окажутся одного цвета (т.к. сторона у квадрата 9, т.е. нечетная) и т.к. черные клетки граничат только с белыми, а белые только с черными, то змейка „если её распрямить" будет идти по порядку: белая клетка, черная, белая, черная и т.д., а т.к. между двумя любыми одинакового цвета клетками одной змейки

ШИФР II 9-27

Чётное* число прибавлений по 3, то и их разность будет делиться на 2, а т.к. их разность делится и на 2 и на 3 (от клетки одной ячейки), то их разность делится на 6. Возвращаемся к тем самым двум уголкам принадлежащим одной ячейки, и, как раньше было выяснено, они одного цвета ⇒ они как раз не самые две клетки одной ячейки одного цвета ⇒ их разность делится на 6

Ответ: да, обязательно.

*



2; 4 – число прибавлений по 3 между одноцветными (чёрными) клет.

ВСОШ ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	9-25

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике 1 тур

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Вонюгаев Богдан Александрович

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 6

ШИФР	9-25

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	−	−	0	−	
7	1	1	0	0	9

№2

$$\begin{cases} x^2 - x > y^2 \\ y^2 - y > x^2 \end{cases} \Rightarrow x^2+y^2-x-y > x^2+y^2 \Rightarrow -x-y>0$$

⇒ x и y не могут быть >0 одновременно. (−x−y будет <0)

допустим $x<0$, $y>0$ тогда

$$\begin{cases} x^2 + |x| > y^2 \\ y^2 - y > x^2 \end{cases} \Rightarrow x>y$$ но т.к. $x<0$ то и $y<0$ − противоречие

почему?

допустим $x>0$, $y<0$ тогда

почему?

$$\begin{cases} x^2 - x > y^2 \\ y^2 + |y| > x^2 \end{cases} \Rightarrow y>x$$ но т.к. $y<0$ то и $x<0$ − противоречие

допустим $y<0$; $x<0$ тогда

$$\begin{cases} x^2 + x > y^2 \\ y^2 + y > x^2 \end{cases} \Rightarrow x+y>0$$ − нет противоречий ⇒ $y<0$; $x<0$

следовательно знак их произведения +

ШИФР 9-25

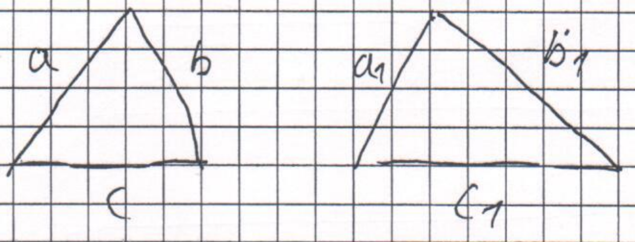
Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№______ от «_____» ________________ 200_____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№1

Есть 2 треугольника



Предположим что

~~$a<a$~~ a, b, c меньше всех сторон 2 (второго) треугольника

=> 2 треугольника 1 из ~~маленьких~~ (жёлтых) другой из

зелёных палок.

Рассмотрим 2 случай когда в одном треугольнике

~~одна~~ маленькая (будущая жёлтая палочка)

а в другом 2 маленьких (всего 3 маленьких и

если в 1 треуг. 1 то в другом 2) назовём

их $c; a_1; c_1$ (можно брать любые значения

например $a; a_1; c_1$, a, b, b_1 но это будут все

те же 2 треуг. с 1 и 2 маленькими палочками)

тогда по нерав. треуг. $a_1+c_1>b_1$; $a+b>c$

т.к. c-маленькая => $b_1>c$; т.к. a_1 и c_1 маленькие

то $a_1<a$; $a_1<b$; ~~b~~ $c_1<b$; $c_1<a$ =>

=> $a_1+c_1<a+b$ => $b_1<a+b$ ($a_1+c_1>b$; $a_1+c_1<a+b$)

по неравенству треуг $c+b>a$ т.к. $b_1>c$

=> $b_1+b>a$ по нерав треуг $a+c>b$ т.к. $b_1>c$

то $a+b_1>b$ => ~~палочку~~ b_1 можно

ШИФР	9-25

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№______ от «_____» ______________ 200 ____г.

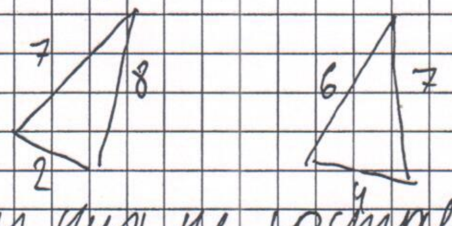
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№1

$a+b_1>b$ => из палочек a, b, b_1 треугольник составить можно (зелёные палочки) проверим можно ли составить треугольник из тёмных палочек

$a_1+c_1>b_1$ т.к. $b_1>c$ => $a_1+c_1>c$

но если c настолько мало что $a_1+c<c_1$ и да такое действительно возможно если будут треугольники например



маленькие палочки 2, 4, 6 (тёмные)

из них не составить треугольник т.к. ~~2+4>6~~ 2+4 не больше 6.

Ответ: нет

+

ШИФР 9-25

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№____ от «____» ____________ 200___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№3

$$k = \frac{ab+c^2}{a+b}$$

$$ab+c^2 \mid a+b$$
$$ab+a^2 \mid a$$
$$c^2-a^2$$

$$k = a + \frac{(c-a)(c+a)}{a+b}$$

т.к. $k < a$ (по усл) то $a + \frac{(c-a)(c+a)}{a+b} < a$

$\Rightarrow (c-a)(c+a) < 0$ т.к. $c+a > 0 \Rightarrow c-a < 0$

$\Rightarrow c < a$. (т.к. k? a целое то либо $c-a$ либо $c+a \vdots a+b$

$$ab+c^2 \mid a+b$$
$$ab+b^2 \mid b$$
$$c^2-b^2$$
$\Rightarrow$ т.к. $k < b$ (по усл) то

$b + \frac{(c-b)(c+b)}{a+b} < b \Rightarrow (c-b)(c+b) < 0$ т.к. $c+b > 0$

то $c-b < 0 \Rightarrow c < b$ т.к. k? (b) целое то $c-b$ или $c+b \vdots a+b$)

допустим $c-b$ и $c-a \vdots a+b$ тогда

$2c-a-b \vdots a+b \Rightarrow 2c \vdots a+b$ но a и $b > c$

$\Rightarrow a+b > 2c$ – противоречие

допустим $c+b$ и $c+a \vdots a+b$ тогда

$2c+b+a \vdots a+b \Rightarrow 2c \vdots a+b$ но a и $b > c$

$\Rightarrow a+b > 2c$ – противоречие (получится нецелое число)

$\Rightarrow$

до этого места идея работала, дальше ничего не дает –

ШИФР	

9-25

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№_____ от «_____» ______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№3

допустим

$c+a$ и $c-b \vdots a+b$

$\Rightarrow 2c+a-b \vdots a+b$

$\Rightarrow \begin{array}{r|l} 2c+a-b & a+b \\ a+b & 1 \\ \hline 2c-2b & \end{array}$

$\Rightarrow 2c-2b \vdots a+b$

допустим $c-a$ и $c+b \vdots a+b$

$\Rightarrow 2c-a+b \vdots a+b$ $\quad \begin{array}{r|l} 2c-a+b & a+b \\ -a-b & -1 \end{array}$

$\Rightarrow \frac{2c+2b}{a+b} \Rightarrow$ если $2c-2b$ или $2c+2b$

нацело делятся на $a+b$, а их делители 1; 2; $(c+b)$ или $(c-b)$; $2(c+b)$ или $2(c-b) \Rightarrow$ число $a+b$ состоит минимум из 4 множителей

пример: $a=3$; $b=5$; $c=1$

или $a=5$; $b=3$; $c=1$

Ответ: 4 делителя

№5.

Ответ: Петя

Каждый своим ходом отнимает [illegible] число ходов противника на 1 т.к. Петя первый он закончит на ход раньше.

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	9-23

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике II тур
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Вожжаев Богдан Александрович

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 5

выход 17.51-17.55

ШИФР II	9-23

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	−1	0	−	−	
7	7	0	1	0	15
7	6	0	1	0	14

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№ ______ от «_____» ________________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 6.

Ответ: 29 цифр   пример:

$$\begin{array}{r} 7999999999 \\ +\ 1111111111 \\ \hline 9111111110 \end{array}$$

30 нечётных цифр быть не может так как сумма первых 2 нечётных ~~чисел~~ цифр будет чётна т.е. у нас будет минимум 1 чётная цифра.

№ 9.

Ответ: 2n+1.

Если распологать просто последовательно то максимум букв будет 2n+1 т.к. ~~если будет n+2 например a b a a можно~~ просто чередовать например babcbkb ab...

т.е. на каждое число по b для сиреди одно b в начале

так же можно использовать симметрию akbkbkbka...

V. пример

Больше не может быть т.к. будут использованы все можно сделать число плохим.

не обосновано

лист 1 из 5

ШИФР II

9-23

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№_____ от «____» ______________ 200 ___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№7

Ответ: да верно ~~так~~ ~~как~~.

Чтобы разность делилась на 6 она должна делиться на 3 и 2

Докажем что разность делится на 3:
Т.к. у нас 4 угла а у 3 всего 3 остатка 0, 1, 2 очевидно что в 2 из углов будут равные остатки а при их разности остаток будет 0 следовательно разность будет делиться на 3.
Докажем что разность делится на 2:
чтобы разность была чётна нужно чтобы ~~их~~ числа в углах были одинаковой чётности: так как чтобы прийти из 1 угла в другой нам потребуется чётное количество чисел
(так как сверху вниз и снизу вверх, а также слева направо и справа налево 8 клеток т.е. чётное количество)

+1

ШИФР II | 9-23

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ____________ 200 ___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-23-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№7.

Если двигаться не по прямой то
всё равно число чисел будет чётно
ведь например если идём сверху вниз
и сделаем ход вправо, то нам потребуется
затем сделать ход влево т.е. чётное
количество) если не идти от 1
диагонали к другой перемещение
составит 16 клеток т.е. чётное
число следовательно при переходе
из одного угла в другой число не
меняет свою чётность а значит
разность будет чётной => разность : 2
а значит : 6

А если не так, нет д-ва чётности и добавочных ходов в общем случае.

ШИФР II

9-23

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№_____ от «____» ______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№10

Ответ: да могут
например
если будут
использоваться
100 и более
простых последовательных
чисел, а так же 1 простое число
ведь их общее кратное будет
не простое число больше предыдущего,
а это будет непостоянная
арифметическая прогрессия
например
1, 2, 3, 4 ... 100, 113.

0 1

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	9-24

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математика 1тур
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Голубев Ярослав Сергеевич

Класс, в котором обучается участник: 9

количество листов в работе: 6

ШИФР	Р-24

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№ ______ от «____» ________________ 200 ____ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

итог:

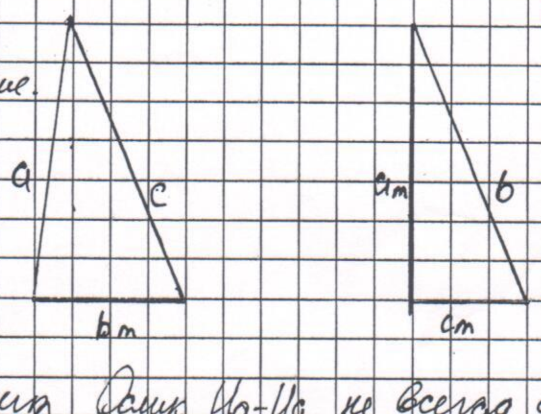
1	2	3	4	5	Σ
+	−	−	−	∅	
7	0	0	0	∅	7

№ 9.1

Начнем решать задачу от обратного. Пусть у ослика не получится сделать 2 таких треугольника. А это произойдёт когда: ~~am~~ $a_m \geq b_m + c_m$ (a_m – ~~наибольшая~~ крайняя палочка), тогда найдём два треугольника при которых выполняется условие $a_m \geq b_m + c_m$. Тогда b_m и c_m не могут находиться в 1 треугольнике т.к. найдется подходящая сторона x; пусть $x < b_m + c_m$, а нам такое не нужно. Построим 2 начальных треугольника пусть они выглядят так:

Заметим, что a_m, b_m, c_m самые короткие.

Из заметим, что $a_m = b_m + c_m \Rightarrow$



Из них нельзя построить треугольник. А значит ослик Иа-Иа не всегда сможет составить два треугольника один из всех жёлтых, а другой из всех зелёных.

Ответ: не обязательно.

геометрический пример ✓

ШИФР 9-24

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№ ______ от « ____ » ______________ 200 ____ г.

г. Петропавловск-Камчатский, Орбитальный проезд, 13, контактный телефон 7-33-10 E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

~~№ 3~~

№ 9.3.

Начнём искать наименьшее количество натуральных делителей числа $a+b$.

a и b натуральные числа, а это значит, что наименьшее $a+b = 1+1=2$ количество натуральных делителей числа $2 = 2$, это 1 и 2, Но при $a=1$ и $b=1$ условие $k=\frac{ab+c^2}{a+b}$ и $k<a$ и $k<b$ не подойдёт, т.к наименьшее натуральное число равно 1, а k натуральное число $\Rightarrow 1<1$ а это невозможно значит следущее наименьшее количество натуральных делителей числа $=3$ (заметим, что 2 натуральных делителя имеет только число 2)

3 натуральных делителя имеют квадраты простых чисел. Найдём возможные $k=\frac{ab+c^2}{a+b}$ при поиске таких уравнений можно заметить что они возможны при $b=a+2$ если $a\geq3$ если a нечетное. тогда меньшее $a+b=8$ проверим

$2=\frac{15+1}{3+5}$ всё получается, тогда следующая $3=\frac{35+1}{5+7}$;

$4=\frac{63+1}{7+9}$ заметим, что с каждым разом $a+b$ увеличивается на 4, а k на 1. При таком условии ~~...~~ не может быть $a+b$ имеющее 3 натуральных делителя, так как это возможно, только при $a=b=$ простое число.

ШИФР	9-24

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ______________ 200 ____ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Значит следующее наименьшее число делителей равно 4,

Это возможно при том, когда $a+b=8$ $\Rightarrow$ подходит вариант $2=\frac{15+1}{3+5}$

8 имеет делители 1, 2, 4, 8

Значит наименьшее число натуральных делителей $a+b=4$

Ответ: наименьшее количество натуральных делителей у числа $a+b$ это 4.

№ 9.2

Рассмотрим неравенства $x^2-x>y^2$ и $y^2-y>x^2$ как систему.

$$\begin{cases} x^2-x>y^2 \\ y^2-y>x^2 \end{cases}$$

Рассмотрим систему когда x и y положительные числа

$$\begin{cases} x_n^2-x_n>y_n^2 \\ y_n^2-y_n>x_n^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_n^2-x_n-y_n^2>0 \\ y_n^2-y_n-x_n^2>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_n^2>y_n^2 \\ y_n^2>x_n^2 \end{matrix}$$

т.к. они положительные x_n и y_n можно убрать

в одной системе $x_n^2>y_n^2>x_n^2$ не может быть, значит эти числа точно оба не положительные.

ШИФР 9-24

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№______ от «_____» ______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Рассмотрим систему когда x или y отрицательное, пусть x отриц., а y положительное, тогда,

$x^2+|x|>y^2$
$y^2-y>x^2$ } x поменял знак т.к. $-$ на $-$ дает $+$ а в квадрате $-$ уничтожается

теперь преобразуем полученную систему.

$x^2+|x|>y^2$
$y^2-y>x^2$ } $x^2>y^2-|x|$
$x^2<y^2-y$ } значит ~~x~~ $y>x$ и, тогда система возможна т.е. xy может иметь знак «$-$»

Теперь рассмотрим систему, когда x и y отрицательные полученная система.

$x^2+x>y^2$
$y^2+y>x^2$ } т.к. x отриц. и y отриц. $-$ меняется на $+$ а в квадратах всё остаётся также.

преобразуем полученную систему.

$x^2>y^2-x$
$x^2<y^2+y$ } но, тогда $x>y^2-x^2$
$y>x^2-y^2$ } в этой системе x и y уже положительные но x положителен если $y^2>x^2$, а y положителен если $x^2>y^2$

чтоб 1 системе не возможно $y^2>x^2$
$x^2>y^2$ } противоречие.

Возможно только при $x=y=0$, но по условию так нельзя $\Rightarrow$ xy знак «$+$» не может иметь. $\Rightarrow$ xy может иметь знак только $-$

Ответ: Она может иметь знак только $-$

ШИФР 9-24

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№______ от «_____» _______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский-1,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

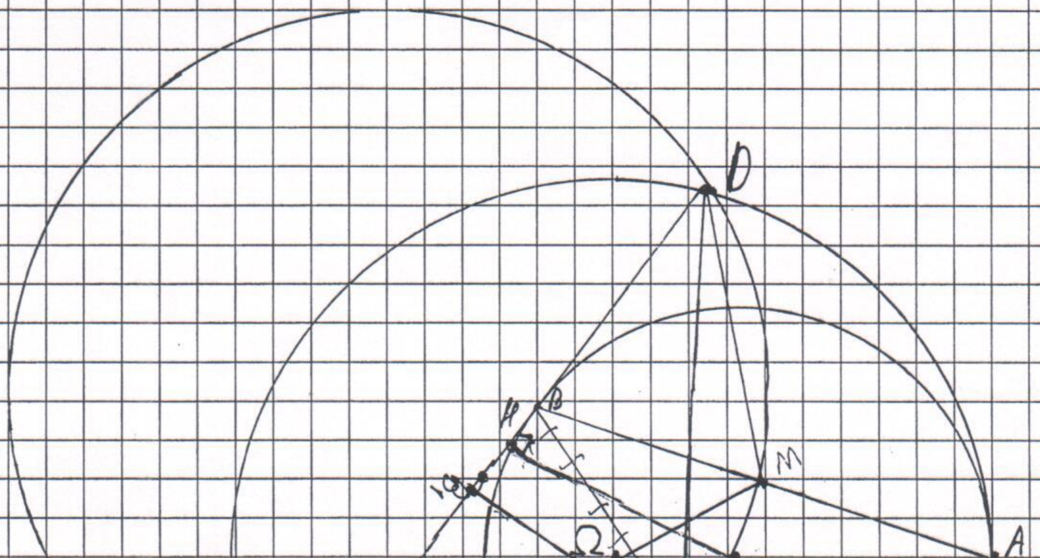
№9.4

Начертим окружности

Если мы отзеркалим треугольник CDM и точку A относительно прямой ~~[illegible]~~ $H\omega$ то мы получим перемещение точки ~~M~~, назовем ее m_1, тогда заметим, что $BM_1 = m_1 A_1$??

как и в случае $MA = MA$, а значит

~~HB~~ $H\omega = H_1\omega$ т.к радиус ω. Значит окружность $\triangle CMD$ пересекает центр окружности ω



ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	9-20

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по Математике 2 тур
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Голубев Ярослав Сергеевич

Класс, в котором обучается участник: 9

количество листов в работе: 6

вышел 15.53 - 15.54 13.03.25

ШИФР II	9-20

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+ отс	± год	∅	– год	∅ год	
7	~~7~~ 6	0 отс	0	0	~~13~~
7	7	2	0	2	14

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ______________ 200 ___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 9.6.

Мы знаем, что 1) нечётное + нечётное = четное 2) нечетное + чётное = нечётное, 3) четное + четное = четное.

В решении данной задачи 3) вариант не подходит, т.к. мы стремимся к максимальному количеству нечетных цифр. Заметим, что в 1) и во 2) варианте у нас есть по 2 нечётные цифры, но во втором третью нечётную цифру нельзя получить, т.к. она в слагаемых, а вот в 1) варианте чётное в сумме и если до этого число получится больше 9, то единица перейдет к четному и у нас получится чётное + 1 = нечётное т.е. мы можем сделать a и b полностью из нечётных, а c из 9 нечётных и 1 чётной. например $\frac{a+b}{c}$

$$
\begin{array}{r}
+\ 1999999999 \\
9999999999 \\
\hline
= 5999999998
\end{array}
$$

Мы получаем 29 нечётных цифр.

Если мы попробуем избавиться от чётного в c, то надо сделать чётное + нечётное = нечётное т.е.

нам придётся добавить чётное в a или в b, но у нас всё равно останется одна чётная цифра. Значит наибольшее количество нечётных цифр равно 29

Ответ: 29

№ 9.7 — см. решение с верным условием на стр. 4

В нашем квадрате есть 9 строк по 9 клеток и 9 столбцов по 9 клеток, также мы имеем 81 число. По условию любые два числа отличающиеся на 3, стоят в соседних по стороне клетках. Начнём решать задачу от обратного, то есть будем пытаться не допустить угловые клетки, разность которых делится на 6. Заметим что у нас будет 6 чисел имеющих только 1 пару это числа 1, 2, 3 (меньше на 3 в нашем условии нет чисел), а также числа 79, 80, 81 (больше на 3 в нашем условии нет чисел). Рассмотрим расстановку чисел, например начнём с 3 поставим в самый левый угол строки

			первая
3	6	9	вторая
			третья

строка — поставим во вторую строку

Следующее число это 6 по условию оно в клетке с прилегающей стороной, поставим правее. У 6 есть вторая пара это 9, мы можем её поставить выше, ниже и правее, но если мы её поставим выше и ниже, то 9 и 3 станут угловыми а $9-3=6$ делится на 6, значит ставим

ШИФР II	9-20

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№______ от «_____» ________________ 200 _____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

правее. Для удобства продублируем рисунок на данном листе

									первая строка
3	6	9	12	15	18	21	24	27	вторая строка
									третья строка

9 так же имеет 2 пары, вторая пара это 12. 12 мы можем поставить выше, ниже, и правее. Но если мы поставим выше и ниже, то 6 и 12 станут угловыми, а 12-6=6 делится на 6 значит ставим правее. С числами 15; 18; 21; 24 всё будет происходить также, выше и ниже мы не сможем поставить, т.к. разность будет делиться на 6, значит придётся ставить справа от предыдущего. И так останется одна клетка во второй строке как мы ранее поняли выше или ниже поставить нельзя, значит число 27 займёт эту клетку. Правее клеток не останется, а у числа 27 есть пара 30. Ее мы можем поставить только выше или ниже, но если мы туда поставим 30, то это будет угловая с 24, а 30-24=6, а 6 делится на 6 значит ~~что~~ точно будет угловая клетка, с разностью делящейся на 6. В столбцах происходит всё точно так же если у нас столбец или строка на краю квадрата, то угловых не 2, а одна просто отрезается одна сторона Значит утверждение верно.

ШИФР II

9-20

продолжение ниже

Ответ: Да верно.

N 9.9.

Вначале в алфавите n букв нам надо составить слово, чтобы из него нельзя было вычеркнуть буквы и получить aabb

Для получения максимального количества букв сделаем ~~...~~ последовательность, пускай первая буква будет X_n, а вторая X_1 сделаем пары $(X_n X_1)(X_n X_2)(X_n X_3)\ldots(X_n X_{n-1})$ мы получили уже $2(n-1)$ ~~...~~ букв. далее мы можем поставить еще X_n теперь можно поставить ~~числа~~ буквы от X_1 до X_{n-1} и любая следующая буква в любом случае сделает aabb $\Rightarrow$ получается $3(n-1)+1 = 3n-2$ букв.

нет

Мы шли по такому пути при котором ~~...~~ aabb можно получить при максимальном количестве букв. Значит. Наибольшее количество букв в хорошем слове равно $3n-2$.

Ответ: $3n-2$

N9.7. (продолжение)

Если угловые клетки — это клетки содержащие в себе вершину квадрата, то решение другое, как я сказал ранее у нас есть 6 чисел имеющих только 1 пару. то у нас всегда будут 2 угловые клетки с разностью в 6 если расчертить таблицу 9 на 9 как

ШИФР
П

9-20

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «_____» ________________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-23-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

шахматную, то все угловые
будут 1 цвета, а ближние
клетки белая и черная
отлич на 3 а одинакого цвета
на 6 или на 6 · x => всегда
будут такие угловые клетки

т.к. есть числа с остатком 1, 2, 0 =>
4 угловые клетки 3 ост => будет 2 клетки
с одинак остатками, а т.к одинак цвет =>
верно

критерий (3')

Ответ: Да верно.

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	9-13

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике, второй тур
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Михеев Клим Павлович

Класс, в котором обучается участник: 9

количество листов в работе: ~~3~~ 4

ШИФР 9-13

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	1 отог	0	— отог	0	
7 отог	5	0 отог	0	0 отог	12
7	5	9	9	0	12

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№______ от «_____» ________________ 200____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 9.6

Все 30 чисел не могут быть нечётными*. Поэтому рассмотрим пример с 29 нечётными числами. Так как в условии задачи не сказано, что „а" и „b" не могут быть равны между собой, то дополним такой пример:

$$
\begin{array}{r}
3999999999 \\
+\,3999999999 \\
\hline
7999999998
\end{array}
$$

Из этого примера выходит, что наибольшее кол-во чисел (нечётных) равно 29

(* т.к. при сумме двух нечётных всегда получится одно чётное

в разряде единиц?

№9.9

В последовательности вида „aabb" необходимо поставить две буквы, отличные от „a" и „b". Пример: axabxb, тогда, т.к. мы использовали уже две буквы из данных нам 4-ёх, то всё „хорошее" кол-во будет выглядеть так: axabxbaxabxb, тогда наименьшее кол-во букв в слове равно 12.

№9.7

Да, обязательно. У нас есть три цепочки чисел, идущих по очерёдности от начального значения к конечному. Эти цепочки начинаются с чисел „1"; „2"; „3". Числа, находящиеся в угловых клетках должны быть в разных цепочках. (Сейчас мы предположим, что не обязательно найдутся две угловые клетки, разность чисел в которых делится на 6. Т.к. в каждой цепочке по 27 чисел, то сколько-то из цепочек

ШИФР II 9-13

всегда будет закрывать две угловые клетки. Теперь работаем с вышесказанным: 1) Путь от одной угловой клетки к другой будет всегда равен чётному количеству клеток (Уточнение: цепочка, включающая в себя путь. Причём путь проходит через клетки имеющие общие стороны, но не общие вершины.) В пути не учитывается начальная угловая клетка. Минимальный путь равен 8-ми клеткам а потом может быть равен 10, 12, 14, 16 Почему?
.... Идёт нарастание на 2 клетки, а т.к. разница между соседними клетками равна 3-ем, то нарастание идёт на 6, тогда разница между угловыми клетками может иметь значения: 24, 30, 36, 42, 48....
а это все числа ~~[illegible]~~ делятся на 6 => Ситуации с ответом „необязательно" быть не может." Тогда ответ: Обязательно

[illegible] — 16

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	902

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике, первый тур

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Мижеев Клим Павлович

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 6

ШИФР	9-02

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»
№_____ от «_____» ______________ 200 ____г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+ Сод.	± отлог	− Сод.	− отлог	∓ отлог	
7	5	0	0	1	13 / 12
7	5	0	0	0	12

№9.2

Предположим, что „$x \cdot y$" имеет положитель-ное значение, тогда „x" и „y" оба отри-цательные ненулевые числа или оба положительные ненулевые числа. Возьмём „x" и „y" за положитель-ные числа. Тогда уравнения приоб-ретут такой вид:

1) $x^2 - x > y^2$

$x^2 > y^2 + x \Rightarrow x^2 > y^2$

2) $y^2 - y > x^2$

$y^2 > x^2 + y \Rightarrow y^2 > x^2$

из этого следует, что „x" и „y" не могут быть оба положительные. Теперь возьмём „x" и „y" как отрицательные числа, тог-да составим сумму „y^2" и „x^2", исходя из полученных выше неравенств

ШИФР 9-02

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№ _____ от « _____ » _______________ 200 ___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

$x^2+y^2 > x^2+y^2+x+y$, но т.к. „x" и „y" отрицательные числа, то данное неравенство выполняется => „$x \cdot y$" может принимать положительное значение. Теперь предположим, что „$x \cdot y$" имеет отрицательное значение, тогда или „x" - отрицательный, а „y" - положительный, или „y" - отрицательный, а „x" - положительный. Предположим, что „x" - отрицательный, а „y" положительный. Выведем неравенство, основываясь на вышесказанном:

$x^2+y^2 > y^2+x^2+y+x$

$x^2+y^2-x > y^2+x^2+y$, но т.к. „x" - отрицательный, то тогда $|x| > y$, но при таком условии изначальные неравенства выполняться не будут => „$x \cdot y$" не может быть отрицательным числом

не понятно какие и почему

ШИФР 9-02

№ 9.1

Нет, не обязательно.

В случаях, когда один из треугольников равнобедренный (или два из них), и длина меньшей из сторон второго треугольника равна одному из чисел, находящихся в диапазоне от разницы меньшей стороны и большей первого треугольника, (не включая сами величины этих сторон), а также, если большие стороны первого (р/б) треугольника ~~[illegible]~~ меньше, либо равны ~~[illegible]~~ по отношению к сторонам второго треугольника, отличным от меньшей (уточнение: второй треугольник может быть как р/б, так и иметь разные стороны).

Пример: Треугольники со сторонами 5,5,2, и 3,5,6. Разница между большей и меньшей стороной первого треугольника равна 3 => Иа-Иа не сможет составить треугольник из меньших и самых больших сторон этих Δ-ков.

(1 – пример (5-2) => либо 1, либо 2, либо 3)

ЛИСТ 3 ИЗ 6

ШИФР

9-82

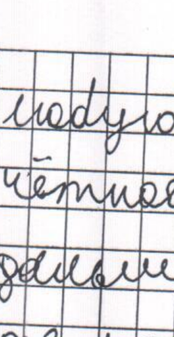
Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «____» ______________ 200____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 9.5

При правильной игре выиграет Петя. Так как Петя ходит первым, то в начальном ходе ему необходимо целиком закрасить одну любую диагональ чёрным цветом, имеющую чётное кол-во клеток. Пете неважно, как дальше походит Вася, т.к. для победы Пете необходимо ставить диагонали на расстоянии одной клетки между собой. Пример расставления диагоналей:



Вот так должны расположиться диагонали, чтоб в конце концов получилась такая ситуация, когда Вася может ~~ставить~~ закрашивать по одной чёрной клетке между Петиными диагоналями, а Петя легко будет равнивать чётность за Васей, тем самым победит, и не оставит Васе ходов.

только ответ и первый ход, без верной стратегии.

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»
№_____ от «____» ______________ 200____г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-39-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

ШИФР 9-02

№9.3

Из условия ($k<a$, $k<b$), а также из дроби вида $\frac{ab+c^2}{a+b}$, можем сделать вывод, что „$a\cdot b \geq a+b$", и „$a\cdot b > c^2$", а точнее „c" может быть равно либо „$a-1$" либо „$b-1$", смотря что из этих чисел меньше, следовательно из этого можно сделать вывод, что вместо „a" и „b" мы можем поставить любые натуральные числа (соблюдая наше условие), и получить, что если натуральные числа любые, то их бесконечное множество, следовательно „$a+b$" имеет такое число делителей, сколько образуется чисел при размножении на множители бесконечности. А наименьшее кол-во натуральных делителей „$a+b$" (соблюдая наше условие), равно 2, как пример уравнения $k=\frac{2\cdot 3+1^2}{2+3}$, $2+3=5$, а у 5 есть только два делителя: „1" и „5"

не натуральное

ШИФР	9.02

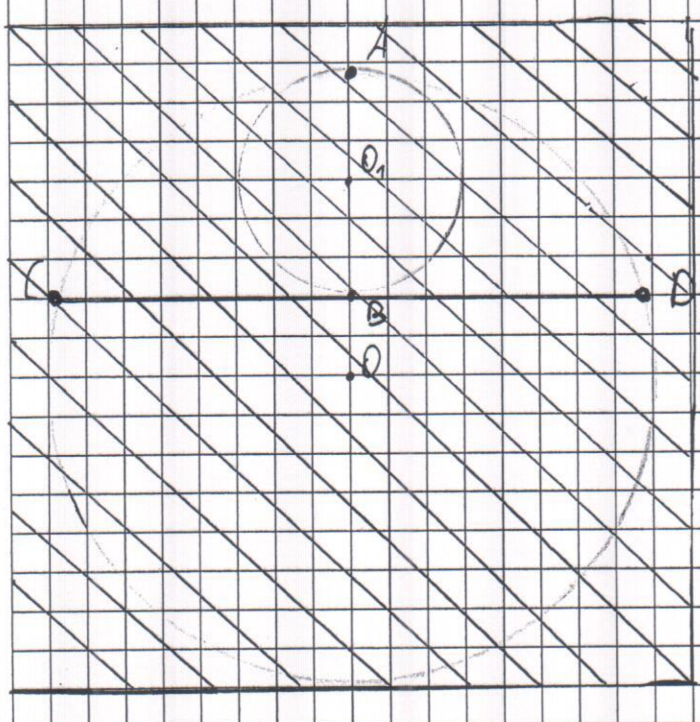
Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

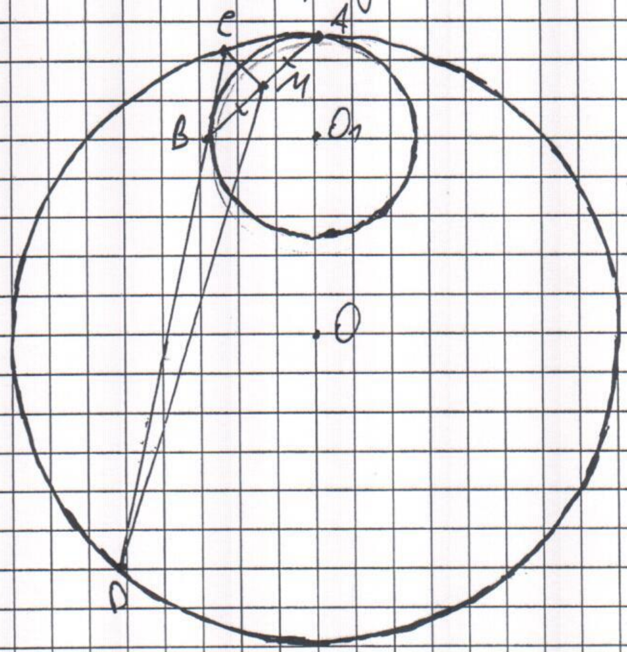
№_____ от «____» _______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский, Орбитальный проезд, 13, контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№9.4

1) (·) A является точкой пересечения двух окружностей (Ω и ω) следовательно она будет лежать на касательных к этим окружностям.





ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	9-15

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике (1 тур)

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Пшеничин Михаил Фёдорович

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 5

ШИФР	9-15

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	+	−	∅	∅	
7	7	2	0	0	16 15
7	6	2	0	0	15

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№ ______ от «_____» ________________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 2

1) ~~ху будет положительным~~

ху будет положительное, если:

Например возьмём $x = -1$, $y = -1$, в таком случае

а) $x^2 - x > y^2$ б) $y^2 - y > x^2$

$(-1)^2 - (-1) > (-1)^2$ $(-1)^2 - (-1) > (-1)^2$

$1 + 1 > 1$ $1 + 1 > 1$

$2 > 1$ – „И" $2 > 1$ – „И"

$xy = (-1)\cdot(-1) = 1$ – со знаком „+"

~~2) ху будет отрицательное, если~~

~~Например возьмём ...~~

ОДЗ: $x \neq 0$; $y \neq 0$

$\begin{cases} x^2 - x > y^2 \\ y^2 - y > x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} -x > y^2 - x^2 \\ -y > x^2 - y^2 \end{cases}$

$\Rightarrow -(x + y) > 0 \,|\cdot(-1) \Rightarrow x + y < 0 \Rightarrow$ $-x - y > 0$ $\Rightarrow$

ШИФР 9-15

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»
№ ____ от «____» ____________ 200 ___ г.
г. Петропавловск-Камчатский, Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

=> либо x и y - отрицательные, в таком случае $xy>0$, либо одно из этих чисел отрицательное и по модулю больше другого, а положительное по модулю меньше ~~без модуля меньше~~, пусть этим числом будет x, тогда $|x|>|y|$, но $x<y$, $x<0$, $y>0$

неточность

$$\begin{cases} x^2-x>y^2 \\ y^2-y>x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-y^2>x \\ y^2-x^2>y \end{cases} \quad \begin{cases} (x-y)(y+x)>x \\ (y-x)(x+y)>y \end{cases} =>$$

$$\begin{cases} x<0 - \text{„И"} \\ y<0 - \text{„Л"} \end{cases}$$ т.к. мы специально взяли $x<0$, чтобы проверить возможность нахождения таких x и y, что $xy<0$ - со знаком „-", оказалось, что такого быть не может

Отв: пр-ие xy имеет положительный знак (+), или же $xy>0$

ШИФР	9-15

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «_____» ________________ 200 ____ г.

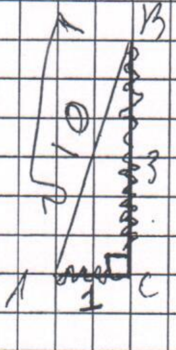
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: ewrika@mail.kamchatka.ru

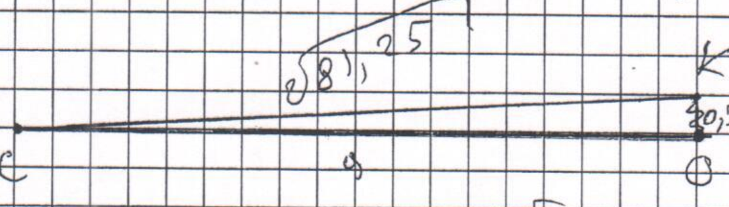
№1.

Нет, вовсе необязательно, т.к. мы попросту не имеем знать не знаем, каких длин у него получились палочки, а может произойти так, что (например) длина одной из 3-ёх (жёлтых) коротких палочек будет $\geq$ сумме длин двух других (жёлтых) палочек, а в треугольнике всегда ~~соблюдается такое правило~~, сумма длин двух любых сторон больше длины 3-ей стороны.

Пример: $\triangle ABC$ – жёлтая палочка

Зелёными же оказались палочки с длинами: $\sqrt{81,25}$; 0,5; 9 $\sqrt{81,25} < 9,03$ $9+0,5=9,5>9,0$ $\Rightarrow \sqrt{81,25} < 9+0,5 \Rightarrow \triangle$ получится сос-ть





1) По теореме Пифагора:

$AC^2+BC^2=AB^2$ (т.к. $\triangle$ прям.)

$1+9=AB^2$

$AB=\pm\sqrt{10}$, $-\sqrt{10}$ – не уд. усл.

$AB=\sqrt{10}$

2) По теореме Пифагора

$CO^2+OK^2=CK^2$ (т.к. $\triangle$ прям.)

$81+0,25=CK^2$

$CK^2=81,25$

$CK=\pm\sqrt{81,25}$, $-\sqrt{81,25}$ – н

$CK=\sqrt{81,25}$

По итогу, жёлтыми у него оказались палочки со сторонами 1; 3; 0,5; $3>0,5+1 \Rightarrow$ такого $\triangle$ – не существует

Отв: Нет, не обязательно

ШИФР 9-15

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№_____ от «____» ______________ 200 ___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-32-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№3

$$k = \frac{ab + c^2}{a+b}$$

$a+b > 0$, т.к. нат.

$a+b > 1$, т.к. ~~нат~~ меньш. нат. ч.

а a и b - нат.

$a+b > 2$, т.к. в таком случае $a=b=1$, и меньше них не будет ни одного нат. числа, по этой же логике

$a+b \geq 4$

т.к. $a+b > 1$, и число $a+b$ — нат.,

у него уже минимум 2 делителя.

$k = \frac{ab+c^2}{a+b} \,|\cdot (a+b) \neq 0$

$ak + bk = ab + c^2$ ~~Недостаточно обоснований~~

$bk + ak = c^2$

$\frac{c^2}{a+b}$ => если a натуральное, то оно не простое

почему?

=> число имеет минимум 3 делителя. Пример:

$a=10$ $b=15$ $a+b=25$ — имеет 3 делителя:

$k = \frac{15 \cdot 10 + 5^2}{25} = \frac{150+25}{25} = 7$ 25; 5; 1

Отв: 3 делителя

есть пример и ответ без док-ва

ЛИСТ 4 из ~~4~~ 5

ВСОШ ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	9-05

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике (2 тур)

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Гришин Михаил Фёдорович

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 5

ШИФР	9-05

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»
№ ____ от «____» ______________ 200 ___ г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-32-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	−	0	∓	0	
7	0	0	3	0	10

7 0 9 1 9 8

9.6

29 цифр, т.к. если мы будем складывать 2 нечётных числа, получится чётное (крайняя цифра ~~чётного всего~~ чётной будет), а чтобы получить из двух чисел нечётное, одно из них должно быть нечётное, а другое чётное (опять же, крайняя цифра будет чётной, если число чётное). Из двух чётных мы получим 3-е чётное, в таком случае максимум цифр будет всего 27 нечётных цифр (3 чётные в конце 3-ёх чётных чисел)

Пример с 29 нечётными цифрами:

$$
\begin{array}{r}
+\begin{array}{r} 3737373737 \\ 3373737373 \end{array} \\
\hline
71111111110
\end{array}
$$

$a = 3737373737$ цифр 3 − 11

$b = 3373737373$ цифр 7 − 10

$c = 71111111110$ цифр 1 − 8, цифра 0 − одна

$11 + 10 + 8 = 29$, а 0 − чётный

Отв: 29 цифр из 30

ШИФР II 9-05

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»
№_____ от «____» ______________ 200____г.
г. Петропавловск-Камчатский, Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 93.

Наибольшее возм кол-во букв в слове равно $2n+1$ (все буквы ~~..~~, кроме 3-ёх пишем в хаотичном порядке, затем пишем какую-либо из оставшихся букв, за ней другую, потом опять эту букву (которая была перед другой), остаётся 1 буква, пишем её, а за ней пишем всё, что было до неё в отзеркаленном порядке.

Например:

1) $n=3$, пусть это будут буквы $a\ b\ c$, тогда
$a\,b\,a\,c\,a\,b\,a$ – самое длинное слово, которое можно составить из букв данного алфавита (7 букв)
$n=3$ $\qquad 2n+1 = 6+1 = 7$

2) $n=4$, пусть это будут буквы $a\ b\ c\ d$, тогда
$d\,a\,b\,a\,c\,a\,b\,a\,d$ – самое длинное слово, которое можно составить из букв данного алфавита (9 букв)
$2n+1 = 4\cdot 2+1 = 8+1 = 9$

3) $n=5$, пусть это будут буквы $a\ b\ c\ d\ f$, тогда
$d\,f\,a\,b\,a\,c\,a\,b\,a\,f\,d$ – самое длинное слово, которое можно сост~~..~~ть из букв данного алфавита (11 букв)
$2n+1 = 5\cdot 2+1 = 11$

ШИФР 1 (отсутствует) 9-05

Оценка: 9.9 (продолжение)

почему $2n+1$, а не $3n$ или $2n+2$, а потому, что если мы возьмём $3n$, то каждую букву надо будет взять по 3 раза, либо какие-то буквы (заменители их назовём) взять по 3 раза, какие-то > чем 3 раза, оставшиеся меньше чем по 3 раза настолько, насколько заменителей больше чем 3 раза. Допустим, что это возможно, берем $n=2$ (ну так, например), пусть буквы этого алфавита это a и b, тогда (начинаем расставлять, соблюдая условие) $a\,b\,a\,b\,a\,b$ — букву „a" уже никуда не поставишь, так как в противном случае путём зачёркивания получится пос-ть букв вида $a\,a\,b\,b \Rightarrow$ слово нехорошее. А букв 5 — больше не поставишь, тут по формуле $n+1$ ($n=2$; $2\cdot2+1=5$)

$2n+2$ не получится потому, что. Допустим у нас $n=6$, пусть это буквы $a; b; c; d; e; f$

$a\ b\ c\ d\ f\ e\ d\ f\ d\ c\ b\ a\ e$ — больше

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 некуда

никуда не получается впихнуть букву из этого алфавита, а букв получилось $2n+1$ ($2\cdot6+1=13$)

разбор частного случая.

Ответ: $2n+1$

ЛИСТ 3 ИЗ 5

ШИФР II

9-05

Отв: 9, 7
Да, верно. (Предст. в виде игры)
Допустим, что Вася начал
заполнять с угла ~~...~~
(если не с угла, то при подсчёте ходов от угла до угла будет то же самое)
~~...~~
и заполнял он её так:
в углу ставит число n, и Вася, иногда
змейкой, иногда напрямую заполнял таблицу. Т.о., что он ~~...~~ ходил из одной клетки в другую, соседнюю, при этом он вычитал, либо прибавлял 3 так, что во всех клетках числа не повторялись и были натуральными (по условию), ~~...~~ также входили в диапазон от 1 до 81 (по усл.). Выяснилось, что как бы Вася не пытался, а из угла в угол он всё равно дойдёт за чётное кол-во ходов, а в ~~...~~ этой игре, ~~...~~ когда он начинает с угла, ему сразу надо определиться, чему равно n, и потом, вычитать, или прибавлять по 3 он будет из этого числа при каждом ходе. (Потому что при одном ходе вычесть, при следующем прибавить не получится, т.к. $n-3$, а потом $n-3+3=n$ (и наоборот) — мы вернулись в начало т.к.) За чётное кол-во ходов он, либо отбавит чётное число дел. на 3, либо прибавит, т.о. так и так найдутся 2 клетки, разность которых делится на 6

ВСОШ ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	9-14

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике, I тур
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Скрябина Софие Максимовна

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 5

ШИФР	9-14

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	+	−	∅	−	
7	6	0	0	0	14
7	7	0	0	0	14

Задача 9.1.

Предположим, что ослику это не удастся. Тогда, длины палочек можно представить таким образом:

$a \le b \le a+b \le e \le d \le f$ $a, b > 0$

Т.к. тогда образуется $a+b \le a+b$ что для треугольников всегда неверно.

Тогда, разобьём ~~на~~ по 3, чтобы треугольник существовал:

a, d, f и $b, a+b, e$

Тогда выполняется:

$a+d>f$ – может выполняться $a+2b>e$ – может вып.

$a+f>d$ – выполняется всегда $b+e>a+b$ – может вып.

$d+f>a$ – выполняется всегда $a+b+e>b$ – выполняется всегда

Найдём пример. Пусть палочки будут равны 1, 2, 3, 4, 7, 7.

$4+3>2$ $1+7>7$ ~~Но~~: $4+7>7$ Но:

$2+3>4$ $1+7>7$ $4+7>7$ $1+2=3$ чтд.

$2+4>3$ $7+7>1$ $7+7>4$

ШИФР	9-14

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№ ____ от «____» ______________ 200____ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Ответ: нет, не обязательно.

Задача 9.3

Пусть $a+b$ – простое число.
Тогда $ab+c^2=(a+b)\cdot k$, где
k – некоторое натуральное число,
$k<a, b$.

* Значит, $\frac{ab+c^2}{k} = a+b$.

Из условия также следует, что

$\frac{ab+c^2}{a+b} < a, b$

т.е. $ab+c^2 < a^2+ab$

$c^2 < a$

$ab+c^2 < b^2+ab$

$c^2 < b^2$.

Т.к. $c \neq 0$, то $a+b$ – нечётное число больше 2. Тогда возвращаясь к „*", k – все чётные делители $(ab+c^2)$ если $(ab+c^2)$ – чётно или нечётные, и тогда $ab+c^2$ – нечётно. Из a и b одно точно нечётно, а второе чётно, тогда ab – чётно. Ко всем условиям возможно подобрать пример, а значит 2 делителя – 1 и $a+b$.

Ответ: 2.

~~Пример: $a=30$, $b=$ [illegible], $c=6$.~~

ЛИСТ 2 ИЗ 5

ШИФР 9-14

Задача 9.2.

Рассмотрим неравенства,

$x^2 - x > y^2$ и $y^2 > x^2 + y$

Тогда $x^2 - x > x^2 + y$; $x^2 > y^2 + x$ и $y^2 - y > x^2$

$$\begin{cases} -x > y \\ -y > x \end{cases}$$

Делаем вывод, что x и y не могут быть положительными одновременно.

Если y-положительное число, а x-отрицательное, то $|x| > y$ и $x^2 > y^2$, но тогда не выполняется $y^2 - y > x^2$.

Если x-положительное число, а y-отрицательное, то $|y| > x$ и $y^2 > x^2$, но тогда не выполняется $x^2 - x > y^2$.

Тогда, x и y-отрицательные числа. Для примера приведём $x = -3$ и $y = -3,1$:

$9 + 3 > 9,61$

$9,61 + 3,1 > 9$

Соответственно, сумма всегда будет ~~неотрицательна~~ положительна (т.е. иметь знак „+").

Ответ: „+".

ШИФР	9-14

Задание 9.5.

Тактика Пети состоит в том, чтобы закрыть максимальное число клеток по диагонали, тем самым „разрывая" столбцы надвое, Васи – выбрать место с таким же „разрыванием" диагонали на две равных (или почти) части. Разберём на частном случае 4×4.

В	В		П
В	В	П	
	П		П
П		П	

Когда доходит до такого (причём ход Васи не закончен), он может контролировать чётность, т.к. у Пети остались только ходы на нечётное количество клеток. Значит, и в общем случае Вася сможет выиграть.

Ответ: Вася.

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	9-08

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике II тур

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Скрябина София Максимовна

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 5

ШИФР II	9-08

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от « ____ » ______________ 200 ____ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	±	∅	−	−	
7	2	0	1	0	10
7	6	0	1	0	14

Задача 9.7

Чтобы некоторая разность делилась на 6, она должна делиться на 2, 3 и быть не менее 6. Рассмотрим все эти условие.

Известно, что при делении чисел на 2 можно получить всего 2 остатка:

X mod (2) = 1

X mod (2) = 0

Заметим, что разность точно сможет быть чётной т.к. из 6 пар точно найдётся такая, что 0 − 0 = 0 или 1 − 1 = 0 (т.е. будет делиться без остатка).

Аналогично с 3:

X mod (3) = 1

X mod (3) = 2

X mod (3) = 0

Т.к. числа 4, одно из них точно будет иметь такой же остаток т.е. делиться нацело.

ШИФР II 9-08

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№____ от «____» ____________ 200____г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Рассмотрим, может ли разность быть менее шести.

Для того, чтобы иметь равный остаток, два числа в углах должны различаться на 3, 6, 9 и т. д., но в нашем случае только на 3. А это невозможно, т.к. числа, различающиеся на 3, могут стоять только в соседних клетках по условию.

Значит, утверждение верно.

Ответ: верно

продолжение на стр 3

Задача 9. 6.

Первоначально заметим, что во время сложения сумма нечётных цифр при сложении в столбик может стать нечётной, ~~все~~ если сумма ряда правее больше 10.

Т. е.

		Пример:
+	Н Н	3 5
	Н Н	3 5
	Н Ч	7 0

По этому принципу заполняем все столбцы:

	Пример:
Н Н Н Н Н Н Н Н Н Н	3 5 5 5 5 5 5 5 5 5
+ Н Н Н Н Н Н Н Н Н Н	+ 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5
Н Н Н Н Н Н Н Н Н Ч	9 1 1 1 1 1 1 1 1 0

Больше 29 это число быть не может, так как сложение нечётных последних цифр даст в итоге

ШИФР II	9-08

чётную цифру, ровно как если бы там происходило сложение нечётной и уже одной чётной цифры.

Ответ: 29

Задача 9. 9. неявный пример. ?

Хорошее слово с самым большим количеством букв образуется по схеме abcabca (например) т. е. с повторением дважды всех существующих букв и на последнем месте с первой буквой, чтобы не образовывалась схема из условия.

И раз число напрямую зависит от кол-ва букв в алфавите, оно представляется как $2n + 1$.

Ответ: $2n + 1$.

Дополнение к задаче 9. 7.

При всём очевидно, что числа, дающие в разности делимое на 3 число, имеют одинаковую чётность (т. е. разность точно будет делиться на 2), т. к. при продвижении от одного угла до другого числа с разностью 3 будут менять чётность (считая итог в другом углу) минимум $9 - 1 = 8$ раз, а с любыми другими отклонениями тоже

ШИФР II

9-08

чётное число раз. Т.е как с шахматной доской, где все углы в доске 9×9 будут одного цвета.

25

Задание 9.10.

Очевидно, что тогда каждое НОК является членом арифм. прогрессии (или не является вовсе). Значит, все НОК разные т.е. не могут содержать только одинаковые простые множители двух чисел (в одном из них должен появиться новый простой множитель). Но тогда числа даже в некоторой последовательности будут различаться в этот самый множитель количество раз, что при ~~их~~ изменении чисел (n различна по условию) будет давать всё большую разницу НОК т.е. не образовывать арифм. прогрессию из-за слишком большого и неодинакового шага).

Ответ: не могло.

~~Этот шаг~~

числа в ар. прогрессии могут идти не в том же порядке, что в НОКах

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	9-06

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике II тур

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Стефанишин Родион Сергеевич.

Класс, в котором обучается участник: 9

количество листов в работе: 5

вышел: 15^{34}
вернулся: 15^{41}

ШИФР II	9-06

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№_____ от «_____» _______________ 200____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	+.	−	∓	−	
7	6	0	3	0	16
отч	отч		отч		

№6.

a + b = c. Предположим, что 30 цифр-нечётные, тогда сумма двух последних цифр даёт чётную цифру, т.к. нечёт + нечёт = = чётное => из этого все 30 цифр не могут быть нечётными. Тогда предположим, что ~~могут~~ 29 цифр может быть нечётными, ~~так~~ при сложение двух нечётных цифр их сумма будет чётной, но если сумма двух нечётных цифр больше 10, то один десяток идёт в другую сумму цифр перед ними, тогда ~~возможно~~ могут быть такие ~~a и b, что~~ a; b; c, что a + b = c имеет в своей записи 29 нечетных цифр.

Пример:

$$
\begin{array}{rl}
 & \scriptstyle 1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1 \\
+ & 7777777777 = a \\
 & 1555555555 = b \\
\hline
 & 9333333332 = c
\end{array}
$$

Ответ: 29 нечётных цифр.

лист 1 из 5

ШИФР П

9-06

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№ ______ от « ____ » ______________ 200 ___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-23-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№2. (Продолжение)

$15 - 11 = 4 \not\vdots 3$
$8 - 6 = 2 \not\vdots 3$ $\Rightarrow \not\vdots 6$

Пример расстановки:

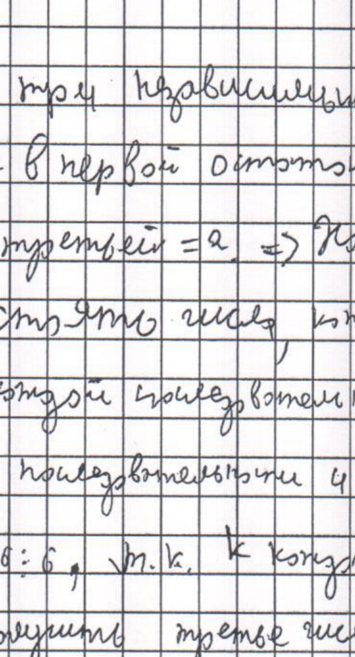
6	1	4	7	10	13	2	5	8
3		3	6	9	12	15	18	21
								24
								27
								30
		7	10					33
		4	13	16	25			36
		1	81	19	22		4	39
[illegible]	14	[illegible]		[illegible]		[illegible]	12	[illegible]

выделены, соседствующие числа, отличающиеся на 3

~~№2~~ № 7.

Ответ: верно, т.к. у нас существует три независимых друг от друга последовательностей, где в первой остаток от деления на 3 равен 0, во второй = 1, в третьей = 2 => хотя бы в двух ~~пос~~ клетках, на углах, будут стоять числа, которые делятся на 3 с одинаковым остатком. В каждой последовательности 27 чисел. Разность каждого первого числа в последовательности и третьего делится на 6. Например: 2 - 5 - 8   8 - 2 = 6 ⋮ 6, т.к. к каждому первому числу мы прибавляем 6, чтобы получить третье число.

Раскрасим доску шахматной раскраской.



Тогда все угловые клетки одного цвета. ~~попасть в клет~~ Между клетками одного цвета в последовательности разность делится на 6, т.к. чтобы попасть в клетку изначального цвета надо сделать два хода, по сети 3 + 3 = 6. => верно

ЛИСТ 2 ИЗ 5

см. критерий (3)

ШИФР II 906

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

~~№ 8.~~
№ 9.

Ответ: ~~2n+2~~ ~~2n+2~~ 2n + 1

Возьмём n = 5; a, b, c, d, e – буквы (пример, не зависит от кол-ва ~~abcde~~ a букв)

Очевидно что если мы запишем эти буквы два раза, то либо расстояние между буквами будет равное a b c d e a b c d e,
либо будут буквы между которыми кратчайшее расстояние (a b c d e d e a b c) в последовательности. Будем делить ~~буквы~~ ряды по числу букв (n) ~~всего, т.к. если предположить, что среди последовательности состоящей из n букв~~. При 2n + 1, можно написать 2n букв плюс одну любую букву, которая ~~либо~~ стоит первая во ~~первом~~ втором ряду (n) – a b c d e a b c d e a. Используем в каждом ряду по n – разные буквы, чтобы из одного ряда и n нельзя было сделать последовательность a a. Если мы возьмем 2n + 2, то 2 буквы должны иметь разное значение (по условию) но тогда, ~~и~~ когда мы использовали первую букву второго ряда по n. (чтобы избежать совпадений буквы 2n + 1, с какой-либо буквой второго ряда), ~~тогда~~ то на место 2n + 2 мы

ТУТ начинается оценка

?

попытка ~~построить~~ д-ва оценки
"локальной оптимальности" примера

ШИФР II 906

№9. (Продолжение)

Длины ~~рядов~~ будем поставить букву, которая будет содержаться во втором ряду по n и не будет первой в этом ряду. Тогда получится зачеркнуть все буквы из первого ряда, кроме той, что является первой во втором ряду по n, и все буквы из второго ряда, кроме первой, и той, что является буквой на месте 2n+2, также необходимо вычеркнуть 2n+1 и получится aabb, то есть слово не „хорошее" => нельзя букв больше, чем 2n+1.

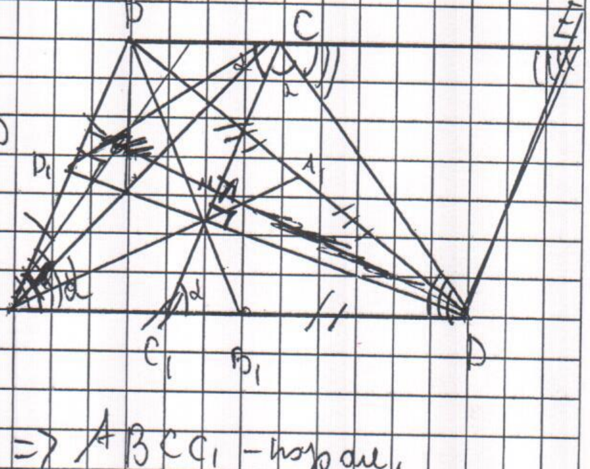
№10.

Ответ: нельзя при n=101. док-во?

№8.

Дано: ABCD-трап.

Решение: Достроим до парал. ABED



∠ADC = ∠ECD (180−2α)

α - отмечены на рисунке. } =>

∠CC₁D = α как (н/л C и BCC₁)

нет => CC₁ ∥ DE (парал.) => AB ∥ CC₁ => ABCC₁ - парал.

DH ⊥ CC₁ (т.к.) △C₁CD - р/б и H - центр. C₁C. => DD₁ ⊥ AB (как параллельные) => DD₁ - сер. перп. т.к. D₁ - центр AB =>

=> лежит на бис ∠ADC

ВСОШ ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	9-10

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по Математике I тур

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Стефанишин Родион Сергеевич

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 5

ШИФР	9-10

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№_____ от «____» ______________ 20___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 15,
контактный телефон 7-13-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
−	+	−	0	0	
0	7	0	0	0	7
0	7	0	0	0	7

№1.

нельзя составить 2 треугольника

Возьмём палки размеров ~~1, 2, 2, 5, 3, 4, 5~~ 1, 2, 4, 5, 6, 7

Самые короткие палочки покрасили в жёлтый цвет, а именно: 1, 2, 4.

По неравенству треугольника известно, что сумма двух сторон треугольника всегда больше третьей стороны. ~~Попытаемся~~ Составить жёлтый треугольник, ~~но~~ при длинах сторон: 1; 2; 4. — не выйдет, т.к $1+2<4$ => из чего следует, что одна сторона будет больше суммы двух других, такого быть не может => не обязательно удастся.

Ответ: Ослик Иа-Иа не обязательно сможет составить два треугольника.

~~№2.~~

$$\left\{\begin{array}{l} x^2-x>y^2 \\ y^2-y>x \\ xy10-? \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x^2-x>y^2 \\ y^2>x^2+y \\ \cancel{x>y^2+x}\; y^2-y>x^2 \\ y^2 \end{array}\right.$$

ШИФР 9-10

№2.

$$\begin{cases} x^2 - x > y^2 \\ y^2 - y > x^2 \end{cases} \overset{1)}{\Rightarrow} \begin{cases} x^2 - x > y^2 \\ y^2 > x^2 + y \end{cases} \Rightarrow$$

сравнение

$xy10 - ?$

$\Rightarrow x^2 - x > x^2 + y \Rightarrow -x > y$

Из первой системы аналогично следует, что $\begin{cases} y^2 - y > x^2 \\ x^2 > y^2 + x \end{cases} \Rightarrow y^2 - y > y^2 + x \Rightarrow -y > x$

$\Downarrow$

$\begin{cases} -y > x \\ -x > y \end{cases} \Rightarrow$ Тогда, допустим $y > 0$ и $x > 0$, но тогда $-y < 0$, а $x > 0$, поэтому неравенство $-y > x$ - не выполнения. Допустим $y < 0$, а $x > 0$, ~~тогда~~ в этом случае возможны два варианта $|y| > |x|$ и $|y| < |x|$.

~~Если $|y| > |x|$, то $-x > y$~~ не выполняется Если $|y| < |x|$, то неравенство $-x > y$, ~~т.к.~~ $y < 0$ и $-x < 0$, при этом $|y| < |x|$, должно быть $-x < y$.

Если $|y| > |x|$ ~~y~~, то $y^2 > x^2$, но нам известно, что $x^2 - x > y^2$, при этом $x > 0 \Rightarrow |y| > |x|$ - ~~невозм~~, при $y < 0$; $x > 0$ - невозможно. И

~~(Аналогично можно доказать, что~~ из всего вышеперечисленного ~~то~~ можно сделать вывод, что числа x и y не могут быть такими, что одно из них больше 0, другое меньше. (Т.к. Аналогично можно доказать, что при $x < 0$; $y > 0$, неравенства не будут выполняться,

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№______ от «_____» ________________ 200____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

ШИФР 9-10

№2. (Продолжение)

при замене во всех неравенствах x на y, мы получим те же неравенства.) Тогда остаётся один вариант $x<0; y<0$; тогда $-x>0 \Rightarrow -x>y$ и $-y>0; \Rightarrow -y>x$

Тогда $(-x)\cdot(-y) = xy$ – минус на минус даёт плюс $\Rightarrow$ знак xy положительный; $xy>0$

Пример:

$$\begin{rcases} x=-0{,}5 \\ y=-1 \end{rcases} \Rightarrow \begin{cases} 0{,}75+0{,}5>1 \text{ – верно} \\ 1+1>0{,}75 \text{ – верно} \end{cases}$$

Ответ: произведение xy имеет положительный знак

№3.

Очевидно, что наименьшее кол-во натуральных делителей у числа 1, но $a+b\neq 1$ по усл., тогда, всего два натуральных делителя есть у простых чисел.

$$k=\frac{ab+c^2}{a+b} \Rightarrow k(a+b)=ab+c^2, \text{ при } k<a; k<b$$

Если $(a+b)$ – простое число то $k(a+b)=ab+c^2$, $a+b$ – нечёт т.к. прост. $(\neq 2) \Rightarrow ab$ – ~~нечёт~~ чётн, т.к. a или b – чётн. $\Rightarrow c^2$ – нечётн. Допустим $a=3$; $b=4$, тогда $k(3+4)=3\cdot 4+c^2$

$7k=12+c^2$, если $k=2$; $c^2=2 \Rightarrow c$ – не натур.

но при $k=c=a$ или b получается верные равенство

$a=5; b=6 \Rightarrow 11k=30+c^2 \Rightarrow$ аналогично равенство

ШИФР 9-10

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»
№____ от «____» ____________ 200____г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-23-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№3 (Продолжение)

Аналогично для других $a+b$ - простые числа.

Тогда возьмём квадраты простых чисел. $a=4$; $b=5$

$9k = 20 + c^2$, при $k=4$; 5 4

$c > k$ выражение имеет смысл

но по условию $k < a$ и $k < b$, возьмём куб простого числа

$a=3$; $b=5 \Rightarrow 8k = 15 + c^2$, если $c=1$, а $k=2$, то получаем верное равенство. Ответ: 4 делителя.

~~Чтобы доказать это, запишем $k = a - x$, т.к. $k < a$~~

~~$(a-x)(a+b) = ab + c^2$~~

~~$a^2 - ax - bx + ab = ab + c^2 \Rightarrow a^2 - x(a+b) = c^2 \Rightarrow c^2 < a^2 \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow c < a$, аналогично $c < b \Rightarrow c^2 < ab$~~

№5.

Ответ: выиграет Вася, ему необходимо ~~отсек~~ две вертикали где было бы много пустых клеток, и в процессе игры он сможет их закрашивать, эффективней для себя, чем Петя сможет их закрашивать.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	9-13

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике, I тур

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Степанова-Воробьева Кристина Павловна

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 4

ШИФР 9-13

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	+	∅	∅	−	
7	7	0	0	0	14
7	7	0	0	0	14

№ 9.2

$$\begin{cases} x^2 - x > y^2 \\ y^2 - y > x^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 - x > y^2 \\ -x^2 > y - y^2 \end{cases} +$$

$$x^2 - x + (-x^2) > y^2 + (y - y^2)$$

$$-x > y \qquad (1)$$

1) если $x > 0$, то $y < 0$ и, т. к. (1), $|x| < |y|$

~~тогда [illegible]~~

тогда $x^2 < y^2 \Rightarrow x^2 - x < y^2$ – противоречие усл.! $\Rightarrow$ $x < 0$

~~2) если $x \geq 0$, то y~~

2) если $x < 0$, то либо $y > 0$ (но тогда $|y| < |x|$ и аналогично пункту 1), либо $y < 0 \Rightarrow$

$xy > 0$

Пример: $x = y = -1 \Rightarrow xy = -1 \cdot (-1) = 1 > 0$

$$\begin{cases} (-1)^2 - (-1) > (-1)^2 \\ (-1)^2 - (-1) > (-1^2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 > 1 \\ 2 > 1 \end{cases}$$

Ответ: xy всегда положительно

ШИФР	9-13

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№______ от «_____» ________________ 20___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 1?,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№9.1

Разложим палочки в порядке возрастания и пронумеруем от a_1 до a_6. Приведём пример, когда у Осьмика не получится составить треугольники только из жёлтых и только из зелёных палочек.

Пусть $a_1 = 2$, $a_2 = 2$, $a_3 = 4$, $a_4 = 5$, $a_5 = 5$, $a_6 = 6$

Первые два треугольника были со сторонами a_1, a_4, a_6 и a_2, a_3, a_5

Для них выполняется неравенство треугольника:

1) $a_2 = 2$; $a_3 = 4$; $a_5 = 5$

$a_2 + a_3 > a_5$ $(2+4>5)$

$a_2 + a_5 > a_3$ $(2+5>4)$

$a_3 + a_5 > a_2$ $(4+5>2)$

2) $a_1 = 2$; $a_4 = 5$; $a_6 = 6$

$a_1 + a_4 > a_6$ $(2+5>6)$

$a_4 + a_6 > a_1$ $(5+6>2)$

$a_6 + a_1 > a_4$ $(6+2>5)$

Т.к. неравенства выполняются $\Rightarrow$ эти треугольники существуют

(продолжение на листе)

ШИФР

9-13

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№______ от «_____» ________________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№9.1 (продолжение)

А теперь составим неравенства для новых треугольников

1) из зелёных палочек

$a_4 = 5;\ a_5 = 5;\ a_6 = 6$

$a_4 + a_5 > a_6 \quad (5+5>6)$

$a_6 + a_4 > a_5 \quad (6+5>5)$

$a_6 + a_5 > a_4 \quad (6+5>5)$

2) из жёлтых палочек

$a_1 = 2;\ a_2 = 2;\ a_3 = 4$

$a_1 + a_3 > a_2 \quad (2+4>2)$

$a_3 + a_2 > a_1 \quad (2+4>2)$

$\underline{a_1 + a_2 > a_3 \quad (2+2>4)}$ – неравенство треугольника не выполняется => такого треугольника быть не может.

Ответ: ~~нео~~ необязательно

№9.5

Выиграет Петя, первым ходом он закрашивает все клетки самой большой диагонали

Стратегия?

ВСОШ ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	9-09

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике, II тур
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Степанова - Воробьева Кристина Павловна

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 5

Вышла: 15⁰¹ | 17¹⁵
вернулась: 15³⁷ | 17¹⁹

ШИФР II 9-09

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «_____» ______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	∓	0	∓	0	
7	7	0	1	0	10
7	1	0	2	0	13

(доп. критерии)

№ 9.6

Оценка:

Предположим, что все, т.е. 30, цифр оказались нечётными.

Тогда a, в и с нечётные ⇒ a + в = нечётн. + нечётн. = чётное,

а с – нечётное по предположению ⇒ противоречие ⇒

максимум 29 нечётных цифр.

Пример:

a = 7 7 7 7 7 7 7 7 7 8

в = 1 3 3 3 3 3 3 3 3 3

с = 9 1 1 1 1 1 1 1 1 1

чётная цифра всего одна – 8.

Ответ: 29 цифр могут оказаться нечётными

ШИФР
II

909

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»
№____ от «____» __________ 200 ___г.
г. Петропавловск-Камчатский, Орбитальный проезд, 13, контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 9.9

Если какие-то две буквы в слове повторяются хотя бы по три раза, то, вычеркнув все, кроме этих шести букв (имеется в виду, оставить только по три повторения двух различных букв), можно получить одну из приведённых ниже последовательностей.

Из каждой такой последовательности можно вычеркнуть по 2 буквы так, что останется последова-тель-ность вида „аавв".

Всего можно получить 16 разных последовательностей. ~~Клгна~~ из 6 букв, т.к. на первые два места есть всего 4 варианта (ав, ва, аа, вв) и для каждого варианта есть ещё по 4 варианта => 4 · 4 = 16 — нет 20.

V +1 б.

Ниже представлена таблица с этими 16 последователь-ностями и пример вычёркиваний для получения вида аавв:

последователь-ность	итог	последоват.	итог	последов.	итог
ававав	аавв	вавава	вваа	ааавввв	аавв
аввава	вваа	ваавав	аавв	ааввва	аавв
ававвa	аавв	вавваав	вваа	аававв	аавв
аввааав	вваа	ваавва	аавв	ааввав	аавв
авввaa		вавваа			
авааавв.		ввааавв			

(продолжение на листе 3)

ЛИСТ 2 из 5

ШИФР II | 9-09

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»
№______ от «____» ______________ 200____г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 9.9 (продолжение)

последовая	итог
вввааа	ввaa
вваaaв	ввaa
вваава	ввaa
ввaвaa	ввaa

Значит в самом большом хорошем слове все, кроме какой-то одной, буквы могут повторяться по 2 раза, а одна – 3 раза. Используем весь алфавит, т.е. n букв.

А если больше 3 ?

В самом большом хорошем слове может быть 2n+1 букв.

Пример: 2 раза подряд пишем алфавит из n букв, а в конце пишем первую букву

$\underbrace{abc\ldots}_{n}\underbrace{abc\ldots}_{n}a$

В данном примере, т.к. буквы идут подряд, чтобы получить 2 подряд идущие одинаковые буквы, (например „в") нужно вычеркнуть все буквы между ними, т.е. весь алфавит (кроме в) => после этого все остальные буквы в слове останутся в единственном экземпляре (кроме „а", но т.к. „а" будет стоять на первом и последнем месте, а между ними будет „вв"), последовательность вида „аавв" не получится. Если бы было 2n+2, то какие-то 2 повторялись бы по 3 раза, т.к. одинаковые буквы подряд не стоят.

Ответ: 2n+1

ЛИСТ 3 ИЗ 5

ШИФР II 9-09

Краевое государственное общеобразовательное учреждение «Центр образования «ЭВРИКА»

№____ от «____» ________ 200___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 9.7

Если такие две угловые клетки найдутся, то обозначим числа в них как a и b $(a > b)$

$a \equiv b \pmod 6 \Rightarrow$

$a \equiv b \pmod 3$ и $a \equiv b \pmod 2$

Разобьём числа от 1 до 81 на 3 группы:

- те, которые кратны 3: 3; 6; 9; ...; 81.
- те, которые дают остаток 1 при делении на 3: 1; 4; 7; 10; ... 79.
- те, которые дают остаток 2 при делении на 3: 2; 5; 8; ... 80.

В каждой группе по 27 чисел.

Всего есть 3 остатка от деления на 3: 0, 1, 2.

Значит, среди 4-х угловых клеток как минимум 2 клетки, числа в которых сравнимы по модулю 3.

В таблице каждая из групп образует некую „змейку", т.к. каждое число в группе должно граничить с числом отл. на 3, а значит и сравнимым с ним по модулю 3.

Итак, получается, что одна из трёх „змеек" проходит как минимум через 2 угловые клетки.

В этих клетках будут стоять числа одной чётности a и b, которые $a \equiv b \pmod 3$; $a \equiv b \pmod 2 \Rightarrow a \equiv b \pmod 6 \Rightarrow a - b \,\vdots\, 6$

Ответ: верно.

не доказана чётность

ЛИСТ 4 ИЗ 5

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	9-16

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по Математике, II-ой тур

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Тимощук Максим Александрович.

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе ~~5~~ 6

вышла | 16
вернулся | 16^{34}

ШИФР	0-16

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№_____ от «____» ______________ 200 ___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	+	0	~~∓~~ 0	0	
7	7	0	0	0	
7	7	2	2	0	16

№ 1 (№ 6)

Докажем, что 30 нечет ~~чисел~~ цифр быть не может:
Если это так, то получается что послед. цифры — нечётные, т.е. есть a, b и c — нечётные, а нечётное плюс нечётное будет чётным. Это означает то, что хотя бы одна цифра чётная.

Тогда, если привести пример с 28-ю нечёт. цифрами, то он будет максимален.

Пример:

a = 5 555 555 555 ⇒ 10 нечет.
b = 3 555 555 555 ⇒ 10 нечёт } 29 нечётных цифр.
c = 9 111 111 110 ⇒ 9 нечёт

Ответ: 29

~2 (№7)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1 1	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1	7 1	8 1	9 1
2	1 2	2 2	3 2	4 2	5 2	6 2	7 2	8 2	9 2
3	1 3	2 3	3 3	4 3	5 3	6 3	7 3	8 3	9 3
4	1 4	2 4	3 4	4 4	5 4	6 4	7 4	8 4	9 4
5	1 5	2 5	3 5	4 5	5 5	6 5	7 5	8 5	9 5
6	1 6	2 6	3 6	4 6	5 6	6 6	7 6	8 6	9 6
7	1 7	2 7	3 7	4 7	5 7	6 7	7 7	8 7	9 7
8	1 8	2 8	3 8	4 8	5 8	6 8	7 8	8 8	9 8
9	1 9	2 9	3 9	4 9	5 9	6 9	7 9	8 9	9 9

Представим таблицу из задачи так, чтобы клетки имели некие „координаты" вида (a;b), где a - номер столбца, b - номер строки. (Пример таблицы выше)

По принципу Дирихле, в 4-ёх ~~углов~~ угловых числах найдутся хотя бы два, имеющие одинаковый остаток от деления на 3 (3 клетки и 4 кролика).

Можно ~~доказать~~ заметить то, что заполненную числами таблицу можно разделить на 3 области по 27 чисел, где каждое число имеет одинаковый остаток на 3 и в каждой такой области можно „пройтись" по клеткам в арифметической прогрессии +3 (каждое число на 3 больше предыдущего) от числа 1, 2 или 3 до 79, 80, ~~или соответственно~~ или 81 соответственно... (продолжение на листе №3)

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»
№ ____ от «____» ____________ 200___г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 1а
контактный телефон 7-83-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

~2 (продолжение)

...

Возможность „прохождения" области можно доказать тем, что все числа в области, кроме мин. и макс., ~~имеют~~ имеют общую сторону с клетками, числа в которых имеют разницу на 3 (больше или меньше), а раз число имеет соседей, эти соседи имеют ещё соседа и т.д., то „прохождение" возможно.

Также, можно заметить связь „прохождения" области и „координат": При переходе на соседнюю клетку четность суммы значений координат $(a+b)$ меняется, т.к мы либо прибавляем 1 к a или b, либо отнимаем 1 от a или b.

А теперь, к чему всё шло: Перейдем из клетки $3k+L^*$ в клетку, значение которой, к примеру, больше на 3, то-есть, в клетку $3k+L+3$. Потом, перейдем из клетки $3k+L+3$ в следующую клетку — $3k+L+6$ и заметим одну вещь: разность ~~их~~ клетки, к которой мы пришли и клетки, с которой мы начинали делится на 6 а четность поменяла своё значение 2 раза, то есть не поменялась.

(продолжение на листе № 4)

№2 (продолжение)

Это также будет работать и при перемещении через 2 клетки, 4 клетки, 6 клеток ... $2n$** клеток, т.к. числа в области будут иметь одинаковый остаток от деления на 3, но одинаковую чётность суммы $a+b$.

Из этого можно сделать вывод, что клетки, находящиеся в одной области и имеющие одинаковую чётность $a+b$, при разности делятся на шесть. Я уже доказал, что как минимум 2 угловых числа имеют одинаковый остаток на 3, т.есть входят в одну область. Все суммы „координат" угловых клеток чётны сами по себе, т.есть их разность делится на 6

~~Задача~~

*: $1 \le L \le 3$

$0 \le k \le 24$

$L; k \in \mathbb{Z}$

**: $0 \le n \le 13$

$n \in \mathbb{Z}$

Пояснения ←

Ответ: да, верно.

ШИФР II

9-16

№4(№9)

Ответ: $2n+1$

Решение:

Укажем, что есть буква а, ч[исло] её в „хорошем" слове всегда больше, чем отдельно взятых других букв, ~~[illegible]~~. Докажем, что нет каких-то b букв такого же кол-ва а букв в „хорошем" слове:

все варианты, где $a_1+a_2+\ldots=b_1+b_2+\ldots$ можно свести к трём а и трём b, их можно перебрать:

bbbaaa	~~bbababa~~	baabba
bbabaa	babbaa	abbbaa
bbaaba	bababa	abbaba
bbaaab	baabab	babaab

$C_4^2=\frac{4\cdot 3}{2}=6$

Я подчеркнул те буквы, которые можно убрать и, тем самым, не получить хорошее число. ($aabb=bbaa$, т.к. а и b — это просто разные буквы), то есть есть а, кол-во которых больше, чем кол-во остальных. Также, мы доказали, что все кол-ва ~~[illegible]~~ букв (кроме а) не превысят 3; потому что мы получим примеры, приведённые выше.

10

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	9-03

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по Математике, ~~[illegible] тур~~ I-ый тур

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Тимощук Максим Александрович.

Класс, в котором обучается участник: 9

количество листов в работе: 4

ШИФР	9-03

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№ ______ от «____» ______________ 200 ___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	$\dot{-}$	−	∅	−	
7	1	0	0	0	8
7	1	0	0	0	8

№1

Контрпример: Возьмём 4 палочки по 4 см, одну палочку в 2 сантиметра и одну в один сантиметр.

Тогда Иа сможет собрать 2 треугольника: один со сторонами 1,4,4, а другой со сторонами 2,4,4, но собрать треуг. из шести палочек он не сможет по неравенству треуг.: $4 > 1 + 2$

Ответ: нет.

+

ШИФР 9-03

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№______ от «_____» ________________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

$\begin{cases} x^2 - \cancel{y} > y^2 \mid +x \\ y^2 - y > x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 > y^2 + x \\ x^2 < y^2 - y \end{cases}$

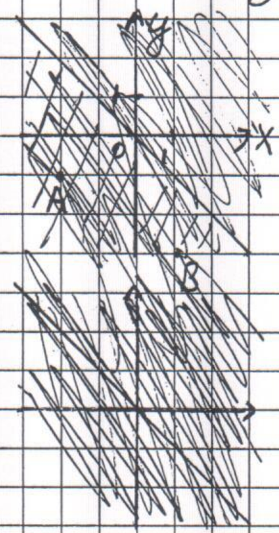
Получаем, что:

$y^2 - y > x^2 > y^2 + x \Rightarrow y^2 - y > y^2 + x$

$y^2 - y > y^2 + x \mid -y^2$

$-y > x$, $y < -x$ +

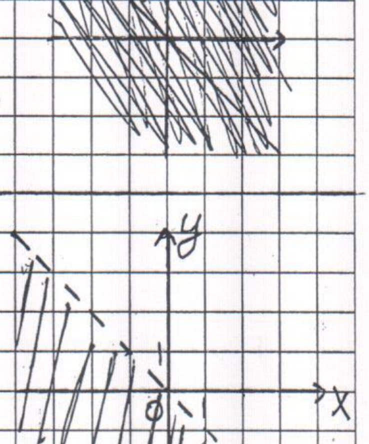
Из последнего неравенства можно построить график функции и найти все допустимые значения x и y:



По графику можно понять, что x и y могут быть как оба отрицательные (точка A(-2;-1)), так и иметь разные знаки (точка B(1;-3)), что, в свою очередь будет давать как плюс, так и минус в xy

Ответ: плюс и минус −

График $y < -x$



ШИФР 9-03

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»
№ ____ от «____» ______________ 200____ г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№5

Я считаю, что победит Петя, и вот, почему:
Если раскрасить клетки в шахматном порядке, то можно заметить, что Петя красит только клетки одного цвета, когда Вася красит или одинаковое кол-во чёрных и белых клеток, либо это кол-во отличается на 1

„Стратегия Пети" - закрасить клетки одного цвета, дабы иметь преимущество, и вот, почему:
Если ~~у~~ один из игроков ~~[illegible]~~, может закрасить больше одной клетки, а второй нет, то это значит, что первый победит, т.к. если оба игрока не могут закрашивать более одной клетки, то победит тот, после чьего хода останется чётное кол-во клеток, то есть, первый может закрасить нужное кол-во клеток и тем самым получить нужную ему чётность.
~~[illegible]~~ Также, сразу опровергну то, что Вася первее закрасит цвет, который Петя не закрашивал, ведь, как говорилось ранее, Вася меняет разность как минимум на 1, а Петя может закрасить, к примеру, все клеток по диагонали, а потом как минимум...

ШИФР 9-03

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№_____ от «_____» _______________ 200____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-93-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№5 (продолжение с листа №3)

закрашивать по одной клетке, увеличивая разность линии на 1

Пример игры:

Петя ходит первым и закрашивает 100 клеток по диагонали: от верхнего левого до нижнего правого угла, а дальше, идет наиболее длинный ряд, который подходит „Стратегии Пети".
После того, когда все клетки одного цвета („одного цвета"- если иметь в виду шахматную раскраску) закрашены, Петя смотрит: „Сколько клеток осталось?"
Он должен сделать так, чтобы после него осталось чётное кол-во клеток, поэтому закрашивает либо чёт., либо нечёт. кол-во клеток, после он может закрашивать по одной клетке до победы

верный ответ и первый ход, без док-ва

№3

Т.к. $a+b$ - не квадрат и не простое число, то мин. кол-во делит. - 4

~~Пример:~~

~~...~~

ЛИСТ 4 ИЗ 4

ВСОШ ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	9-С-9

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике 1 тур
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Тимощук Максим Васильевич

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 4

ШИФР	909

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «____» ____________ 200___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
Контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	∓	0	0	−	
7	7	0	0	0	14 / 13
7	7	0	0	0	14

№1

Треугольник может существовать если сумма 2 сторон больше третей. Если это условие не будет выполнено, то ослик не сможет составить 2 треугольника.

Пример: Ослик составил треугольники 1;5;5 и 1;5;5.

жёлтые палочки это: 1;1;5.

зелёные: 5;5;5

Треугольник из жёлтых палочек не получится так как 1+1<5

Ответ: не обязательно. +

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «_____» ______________ 200___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 17,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

ШИФР 909

№ 2

$x^2 - x > y^2$

$y^2 - y > x^2$

Если $x<0$ и $y<0$ то выражение можно заменить на:

$x^2+|x|>y^2$ и $y^2+|y|>x^2$.

Эти условия соблюдаются если $x=y$ не только! $(-10; -10,2)$

Значит xy может быть положительным.

Если $x>0$ и $y<0$ то выражения такие:

+ $x^2-x>y^2$ и $y^2+|y|>x^2$. Что бы выполнялось 1 условие надо $x>y$, но 2 условие уже не выполнится так как $y^2+|y|<x^2$.

Так же работает если $x<0$ и $y>0$.

Значит xy не может быть отрицательным.

Ответ: xy положительная. +

ШИФР 909

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

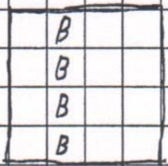
№_____ от «_____» _______________ 200____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№5

Независимо от хода Пети, Вася может выделить зоны состоящие из 1 вертикальной палочки. И из за неё Вася может менять чётность. Пете же такую зону делать дальше. Следовательно Вася выиграет так как может менять чётность.

Пример зоны Васи:



Левая часть свободна.

Ответ: Вася.

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	9-07

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по Математике 2 тур.

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Тимощук Максим Васильевич.

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 4

ШИФР II	9-07

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ______________ 200 ___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	–	0	–	0	
7	0	0	0	0	7
Отог	Отог	Отог	Отог	Отог	

№ 1 6

Нечётное + Нечётное = Чётное.

Чётное + Нечётное = Нечётное.

В разряде единиц будет 1 чётная цифра.

В других разрядах это исправится переносом единицы.

Значит нечётными могут быть все кроме 1 единицы.

Пример:

$$
\begin{array}{r}
+\begin{array}{r} 199\ldots99 \\ 199\ldots99 \end{array} \\
\hline
399\ldots98
\end{array}
$$

Ответ: 29 нечётных.

ШИФР II

9-07

№ 2 7

Есть 3 делимости:

1 + 3x

2 + 3x

3 + 3x.

Разность 2 чисел одной делимости делится на 3, а разность чисел одной делимости между которыми нечётное число чисел делится на 6 так как 3 + 3 = 6

Расстояние между 2 углами равно 7 клеткам. Значит 3 угла разной делимости и 1 угол одинаковой делимости, с разностью делящейся на 6.

с одним из первых трех, → V верно

четность не показана

Ответ: да, обязательно.

ШИФР П 9-07

№4 9

Если 2 буквы будут повторяться по 3 или более раз то последовательность a a b b можно будет получить.

так как минимум можно будет убрать 2 буквы чего хватает.

Следовательно максимальным будет все буквы по 2 и 1 буква 3 раза. Так-как буквы по 2 могут.

Пример где $n = 3$:

a b c a c b a

Ответ: $n \cdot 2 + 1$

только пример, без док-ва

ВСОШ ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	9-32

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математика (I тур)
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Чайка Владислав Викторович

Класс, в котором обучается участник: 9

количество листов в работе: 5

вышел 16.03
вернулся 16.05

лист 5 из 5

ШИФР	9-32

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ______________ 200 ___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-23-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	−	−	−	−	
7	1	0	0	0	8
7	1	0	0	0	8

№1

Не обязательно. допустимые длины палок с которыми сначала он мог сложить △, а потом нет: ~~5~~; 10; 16; 20; ~~2, 5~~25; 30.

Он собрал треугольники: 1) 5 16 20
2) 10 25 30. Но не собрал 5 10 16 и 20 25 30 (то есть полный треугольник.

Ответ: нет.

+

ШИФР 9-32

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ____________ 200__ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№2.

$x^2 - x > y$.

$x^2 > y^2 + x$.

$y^2 - y > x^2$

$y^2 - y > x^2 > y^2 + x$.

$y^2 - y > y^2 + x$.

$-y > x \quad | \cdot y$? +

$-y^2 > xy$ – неверно при $y<0$

Т.к. y^2 всегда >0 (положс), то $-y^2<0$ (из-за минуса) ⇒ Если xy меньше отрицатель-ного, то он сам отрицательный. ⇒ $xy<0$

Ответ: минус.

№5.

Побеждает Петя. Его преимущество в том, что он ходит 1-ый. Тактика Пети в том что он будет делать „коридоры" в них он может оставлять 2 последние клетки, и когда Вася пойдет по его коридору Петя уйдет последний не давая Васе сделать ход.

Коридор:

почему Вася не может делать вертикальные коридоры?

ШИФР 9-32

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

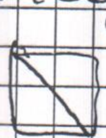
№ ____ от «____» ____________ 200 ___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№5 (продолжение).

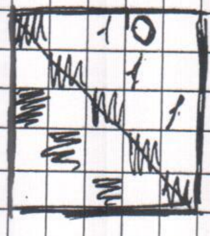
Суть „коридора" в том, что Петя может ставить ~~несколько~~ закрашивать несколько клеток в нем, а Вася 1. Поэтому делая Васе ходы по коридору, Пете главное подловить момент когда в коридоре остается 3 клетки и закрасить 1, чтобы г-княть от безысходности закрасил Вася 1 и 3 забрал Петя.

~~1) ход~~ 1 ход: закрасить всю диагональ (главную)



2 ход: после хода Васи чиудем честную половину и создаем „коридор"

3 ход: после создания коридора. где клеточек в коридоре будет больше допустим:



тут ставим на 1 т.к. если сначала в угол появ. коридор из 2 клет.

ШИФР

9-32

№5 (продолжение)

После того как
все коридоры будут
созданы. Не лезем в
коридор, ~~пока не случ~~
а идем в свободные
места (не коридор). А
используем мы коридор в ситуации
описанной ранее

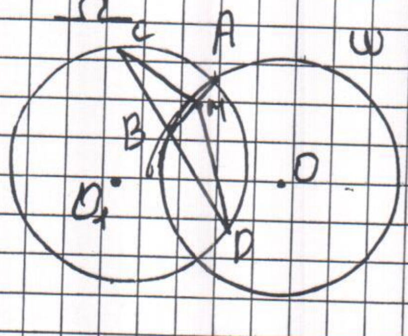
— больше ответа
первый ход

~~№2~~ №3

Оценка: a+b имеет 2 делителя: 1 и a+b (оно простое), это минимальное число.

Пример: $1=\frac{2\cdot 2+0^2}{2+2}$ $c\in N$!

№4



$O_1O = O_1C = O_1M = O_1D$

$\Downarrow$

O лежит на окруж.

ВС{ }Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	9-28

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математика (II тур)

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Чайка Владислав Викторович

Класс, в котором обучается участник 9

количество листов в работе 6

6 из 6.

выход 15.38-15.4[illegible] [illegible]

ШИФР	
II	9-28

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»
№______ от «_____» ______________ 200 ____г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	+	−	0	−	
7	7	0	0	0	14
7	7	2	0	0	14

№6.

Хочу сказать что последняя цифра одного из a b и c будет четная. ~~до~~

Допустим a состоит из ~~двух~~ цифр $a_1, a_2, a_3 \dots a_{10}$, b из $b_1, b_2 \dots b_{10}$, c из $c_1, c_2 \dots c_{10}$

$$+\begin{array}{l} a_1 \dots \quad a_9 a_{10} \\ b_1 \dots \quad b_9 b_{10} \end{array}$$

Все варианты a_{10} и b_{10}:

1) одна четная + 2 четная = c четная.

2) одна нечетная + вторая четная = c нечетная.

3) Одна нечетная + вторая нечетн. = c четная

1 вариант нам неподходит т.к. надо наибольшее нечетных.

Итак мы выяснили что 1 ~~нечетной~~ четный.

ШИФР II — 9-28

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ____________ 200 ___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№6 (продолжение)

точно есть $\Rightarrow$ max. нечетные 29.

Вот пример с 29:

$$\begin{array}{r} 1555555555 \\ +\,3777777777 \\ \hline 5333333332 \end{array}$$

№7.

В соседних по стороне клетках будут стоят числа не только отличающиеся на 3, но и равные по модулям 3. Есть 3 остатка от дел на 3 это 0, 1, 2. И так как отличающиеся на 3 стоят цепочкой. Значит в 4 углах обязательно найдутся числа равные по модулю 3 т.к. остатка 3.

+

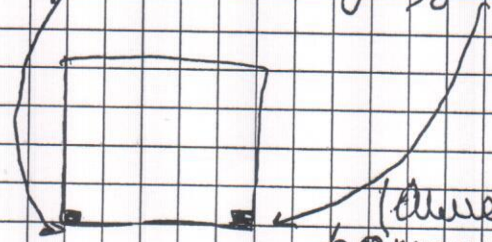
И Осталось доказать что ~~эти числа делятс~~ разница этих чисел делится на 2. Допустим ~~ну~~ эти углы соседние, тогда на передвижение он потратит ~~не~~четное число ходов, ~~не~~.

ШИФР 11

9-28

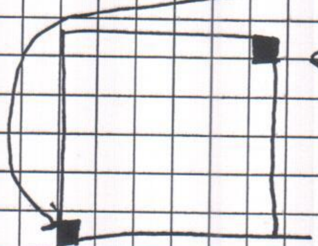
№7 (продолжение)

Например ему нужно добраться отсюда, до сюда.



(симметричный вариант аналогичен)

Напрямую на право ему нужно идти 8 раз, но он мог пойти вверх или влево, тогда сколько он сходил вверх столько ему нужно сходить вниз, также и сколько налево столько и направо. x ходов вверх; x вниз; в итоге 2x четное. Если равные углы не соседние, то добраться отсюда, до сюда.



(симметричный вариант аналогичен).

Тут также как и в соседних углах четное число ходов. Напрямую 8 верх 8 вправо. x вверх x; вниз; всего 2x (четно) y вправо; y влево; всего 2y (четно) И сумма тоже четна.

ШИФР 11 | 928

№7 (продолжение)

Хоть и количество ходов от 1 угла до 2 четно, но между ними количество чисел нечетно ⇒ они одной четности (равны по mod 2)

Итого: если числа равны по mod 3 и по mod 2, то ~~число~~ их разность дел. и на 3 и на 2, а значит и на 6.

~~№9~~

~~Чтобы получить хорошее ~~число~~ слово нужно создать слово без 2 повторов, но 1 повтор мы создадим для большого числа букв в слове. Таким образом в слове будут все буквы алфавита но 1 (допустим последняя) будет повторяться. Букв в этом слове будет $n+1$.~~

~~Ответ: $n+1$.~~ —

ШИФР 4

9-28

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№______ от «_____» ______________ 200___г.

г. Петропавловск-Камчатский, Орбитальный просп., 13, контактный телефон 7-93-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№9.

В хорошем слове не может быть 2 повторов, при выдержив. и 2 одинак буквы не могут стоять рядом. Тогда в самом длинном слове мы как можно больше будем повторять 1 букву, а остальные по 1 разу (т.к. иначе случится aabb).
Пример: abacadae...afaea
В итоге букв $n+n-1=2n-1$.
Ответ: $2n-1$

№10.

Да, т.к. эти числа какими бы они не были их НОК (точнее половина из НОК всех пар будут в ар пр).

№38

Это доказывается через равенство треугольников (времени нет описать)

ВСОШ ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	10-05

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике (II тур)
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Бречалова Амалия Сергеевна

Класс, в котором обучается участник 10

количество листов в работе | 6 |

Вышла: 15^{46}
Вернулась: 15^{49}
Вышла: 16^{36}
Вернулась: 16^{40}

ШИФР 11

10-05

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «_____» ________________ 200 ____ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	+	∅	−	∅	
7	7	0	0	0	14
7	7	0	0	0	14

Задача 10.6

Ответ: 30

Решение:

Заметим, что нечётное число может получиться только при сумме чисел разной чётности. (Н + Ч = Н)

Ч + Ч = Ч и Н + Н = Ч.

Это значит, что хотя бы одна из последних цифр какого-либо числа чётна.

Всего цифр на доске не может быть больше 31.

10 и 10 — это a и b, 11 — a+b. a+b не может быть двенадцатизначным и более, т.к сумма двух самых больших 10-значных цифр 11-значное число. (9999999999 + 9999999999 = 19999999998)

Итак, максимальное количество цифр на доске — 31. Одна из цифр точно чётная (т.к на сумму последних цифр ничего не может повлиять, кроме их самих). Значит на доске могло находиться ≤ 30

лист 1 из 5

ШИФР 11

10-05

нечётных цифр.

Пример на 30 нечётных цифр:

$$\begin{array}{r} 5555555556 \\ +\,5555555555 \\ \hline 11111111111 \end{array}$$

Задача 10.7.

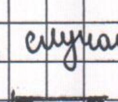
Ответ: да

Решение: $6 = 3 \cdot 2$.

т.к угла 4, а остатков при делении на 3 три (0,1,2) $\Rightarrow$ найдутся 2 угла, в которых будут стоять числа с одинаковыми остатками при делении на 3, а их разность будет делиться на 3. (т.к если первое число - $3x$ + одинак ост, а второе $3y$ + одинак ост, то их разность $= |3y + \cancel{ост} - 3x - \cancel{ост}| = |3y - 3x| = 3|(y-x)|$, а это делится на 3)

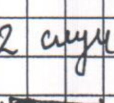
Есть 2 случая расположения чисел с одинак остатками в углах:

1 случай



числа находятся в углах на одной стороне доски

2 случай



в противоположных углах.

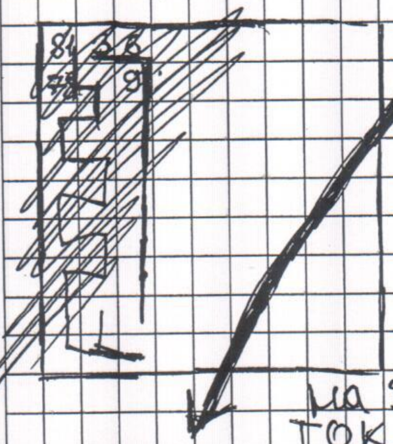
Заметим, что у большинства чисел на доске есть 2 гарантированных соседа. Если число n $(3<n<79)$, то соседи $n+3$ и $n-3$. У этих соседей есть соседи.

Таким образом, из всех чисел, дающих при делении на 3 один остаток

ШИФР 10-05

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»
№______ от «_____» _______________ 200____г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

выстраиваетсе непрерывные ломанные линие, пример:



если какое-то из чисел находитсе вне линии, значит оно не имеет соседей, которые дают при делении на 3 тот же остаток ⇒ не удовлетворяетсе условие задачи.

3	6	9
	15	12
	18	

Всего ~~...~~ в таблице 3 таких линии. Линие чисел 3X, линия 3X − 1 и ~~3X...~~ 3X − 2
остаток = 2 остаток = 1

Вернёмсе к двум случаем расположение в углах чисел с одинаковыми остатками при делении на 3.

~~...~~ Предположим, что в каком-то ~~...~~ из этих случаев возможно нахождение в этих углах чисел одинаковой чётности. Т.к. если у чисел одинаковые чётность, то их разность будет чётной.

1 случай:  От 1 до 2 числа растояние в 7 клеток.

Если бы по таблице передвигалась фишка, ей нужно было бы сделать 8 ходов, чтобы передвинутьсе из одного угла в другой. Сейчас ей нужно сделать 8 ходов ~~вбок~~ вправо ~~вниз~~ и 0 ходов вниз. За каждый ход число на фишке меняет свою чётность. Если фишка пройдёт все эти ходы просто сразу по прямой то, чётность не изменитсе,

А почему числа с одним остатком обязательно стоят в ряд?

ШИФР ____

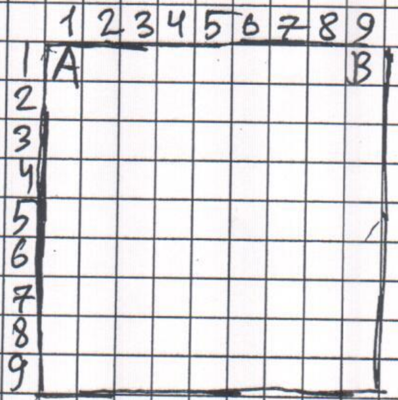
10-05

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от « _____ » ______________ 200 ____ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

что нам ~~[illegible]~~ не нужно, т.к мы предполагаем, что в углах стоят числа разной чётности. Однако, если фишка сделает шаг вниз то хоть это и изменит чётность, но затем ей придётся сделать ещё ~~[illegible]~~о ходов вверх, что восстановит баланс.



Изначальная сумма координат равна 2, сумма координат пункта назначения равна 10. Чтобы из клетки с чётной суммой попасть в другую клетку с чётной суммой, нужно сделать чётное кол-во ходов, т.к в каждый ход чётность суммы меняется. Во втором случае точно также, только фишка должна пройти 8 ходов ~~вверх~~ вниз и 8 ходов вправо. Также из чётной в чётную. Т.к кол-во ходов чётное, значит числа, стоящие на А и В одинаковой чётности. А так как они ещё и одного остатка от деления на 3, значит их разность делится на 6.

ШИФР II	10-05

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№_____ от «____» _____________ 200____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Задача 10.10:

n - любое натуральное число

Тактика: Фокусник всегда переворачивает первую карточку, которая сообщает о растоянии меж 1 и 2, включая их самих

1 2
1 2 3 4 — на первом месте будет лежать карточка 4.

(Растояние от левого числа до правого числа)

Остальные карточки расположены по-другому и показывают растояние этой карты до правого числа слева направо, то есть:

4	1			2		11					
7	8	9	10	11		1	2	3	4	5	6

$n = 12$

4	1	3	5	2	12	11	10	9	8	7	6

Не работает если изначально 1 и 2 стоят рядом.

Задача 10.9

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	10-06

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике, I тур
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Брежанова Амалия Сергеевна

Класс, в котором обучается участник: 10

Вышла: 15^{34}
Зашла: 15^{36}

количество листов в работе: 5

ШИФР	10-08

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	∓	−	∅	1	
7	0	0	0	4 Бур	11 Бур
7	0	0	0	4	11

5 Бур 12 Бур
(доп. критерии)

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»
№_____ от «____» ______________ 200 ____г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Задача 10.2

Ответ:

Решение:

$x^4 - y^4 > x$ и $y^4 - x^4 > y$;

$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) > x$; $(y^2 - x^2)(x^2 + y^2) > y$ — разность квадратов;

$(x^2 + y^2)(x + y)(x - y) > x$, $(x^2 + y^2)(x + y)(y - x) > y$;

$-(x^2 + y^2)(x + y)(x - y) > y$

$(x^2 - y^2)(x + y)(x - y) - (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) > x + y$

$0 > x + y$, Значит, какое-то из чисел точно отриц.

$\exists x$ по критериям 1 балл

ШИФР

10-06

Задача 10.1

Ответ: 1) да ; 2) нет

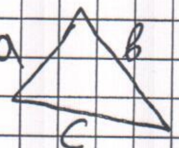
В любом треугольнике сумма двух сторон всегда больше третьей.

Мы имеем 2 треугольника из 6 палочек, назовем их a, b, c, d, e, f.

$a+b>c$, $d+e>f$

$a+c>b$ $d+f>e$

$b+c>a$ $f+e>d$.



Предположим, что из самых длинных палочек нельзя составить треугольник. Тогда в 1 группу попали палочки из разных треугольников. 2 из одного и 1 из другого. Тогда есть 2 случая предположим, a, b, ...

1) $a+b>f$ 2) $a+b<f$

$a+f>b$ $a+f>b$

$b+f<a$ $a+f>a$

палочка из другого треугольника в сумме с 1 меньше палочки из 1. палочки 1 треугольника в сумме меньше стороны другого треуг.

(1 треугольник – тот, из которого были взяты 2 палочки, а другой – тот, из которого взята одна)

В первом случае мы знаем, что $c+b>a$, значит f – меньше c – противоречие. F – не входит в тройку больших

Во втором случае $e+d>f$, значит $a+b$

ШИФР	10 08

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№____ от «____» ______________ 200___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Не больше, чем $e+d$, значит среди палочек e и d есть та, что больше a или b, снова противоречие. Т.к мы расм все случаи, значит

$a+b>f$

$a+f>b$

$b+f>a$, а значит из них можно составить треугольник.

2) Нет. Доказываю примером.

$a=3$	$d=2$	$25+24>3$	$6+7>2$
$b=24$	$e=6$	$25+3>24$	$2+7>6$
$c=25$	$f=7$,	$24+3>25$	$6+2>7$

во вторую группу входит: $a=3$, $d=2$, $e=6$

$a+d<e$ $\quad 3+2<6$ - значит из них не составить треугольник.

№ 103

Почему одно не может быть?

$a\neq b$, $a\neq c$; т.к $a=\frac{a(3a-5)}{15}$;

$15a=3a^2-5a$, $15=3a-5$ $\quad a=\frac{20}{3}$ - не натур.

Возьмём самое большое число a. $\quad b<a$, $c<a$.

$a=\frac{b(3c-5)}{15}$ $\quad \frac{b(3c-5)}{15}$ - натур.

и что дальше?

ЛИСТ 3 ИЗ 4

ШИФР 10-06

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»
№____ от «____» ____________ 200 ___г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

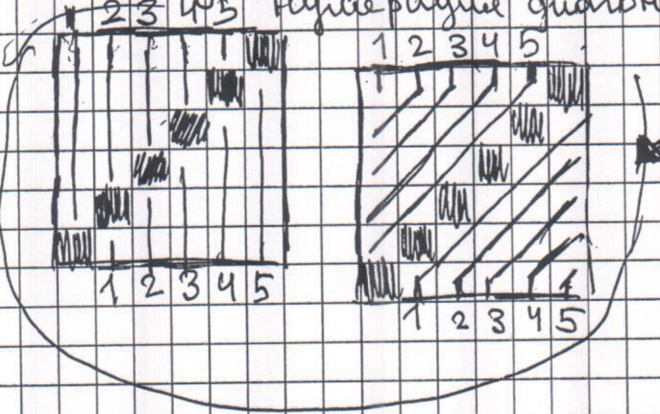
Задача 10.5.

Ответ: Пете.

Стратегия: первым ходом Петя закрашивает 100 клеток диагонали, тем самым делит доску на 2 половины. Затем он зеркалит ходы Васи.

покажу на примере 6×6.

1 2 3 4 5 нумерация диагоналей и вертикалей



это в общем случае

Если Вася закрашивает четыре клетки первой вертикали с конца, в первой половине доски, то Петя закрашивает четыре клетки первой диагонали с конца, во второй половине доски:

Заметим, что после этого хода и Вася и Петя могут сделать одинаковые ходы (одинаковое количество вариантов хода и возможности закрасить клетки). В конце концов, если Петя будет повторять за Васей, он сделает последний ход.

неявное описание стратегии

ВСОШ ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	10-08

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по Математике, первый тур

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Конитов Николай Антонович

Класс, в котором обучается участник 10

количество листов в работе 3

ШИФР	10-08

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+.	∅	–	–	∅	
7	∅	0 бур	0	∅ бур	7 бур
7	0	0	0	0	7

Задача 1

Даны треугольники со сторонами a, b, c и d, e, f соответственно

Может быть две ситуации:

Первая ситуация: палочки изначально сгруппированы. В таком случае задача уже решена, то есть треугольники уже составлены.

Вторая ситуация: a, b, d - наибольшие стороны и c, e, f - наименьшие, В такой ситуации треугольники „Меняются" сторонами

Рассмотрим этот случай так:

Начало) a b c и d e f - треуг.

$a < b+c$ $\quad d < e+f$

$b < a+c$ $\quad e < d+f$

$c < a+b$ $\quad f < e+d$

Также

$d > c$

$a+b > e+f$

Обмен) a b d и c e f

1) $d < e+f$ $\quad a < b+c$ $\quad b < a+c$

$a+b > e+f$ $\quad d > c$ $\quad d > c$

$\Downarrow$ $\quad \Downarrow$ $\quad \Downarrow$

$\underbrace{d < a+b \quad a < b+d \quad b < a+d}$

a b d - треугольник обязательно

Задачи 2 и

Задачи 5 нет

✓

А если Δ-ки поменялись 2 сторонами?

ШИФР	10.08

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образова...
«ЭВРИКА»

№_____ от «_____» ______________ г.

г. Петропавловск-К...
Орбитальный пр...
контактный телефон ...
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

2) Рассмотрим пример

$a=5$ — $a\,b\,c$ - треугольник,
$b=5$ — $d\,e\,f$ - треугольник,
$c=1$ — $a\,b\,d$ - треугольник, но
$d=2{,}99$ — $c\,e\,f$ - не треугольник, так как
$e=2$ — $e \geq c+f$
$f=1$

Ответ: из палочек первой группы обязательно можно составить треугольник, из палочек второй группы необязательно

Задача 3

Если кол-во чисел множества S (далее n_S) $\neq \infty$, то в нём есть максимальное число, следовательно предположим, что $a = max$

$a = \frac{b(3c-5)}{15}$

$15a = b(3c-5)$

$\frac{15a}{b} = 3c-5$

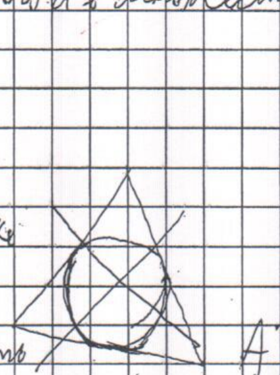
$\frac{15a}{b} + 5 = 3c$

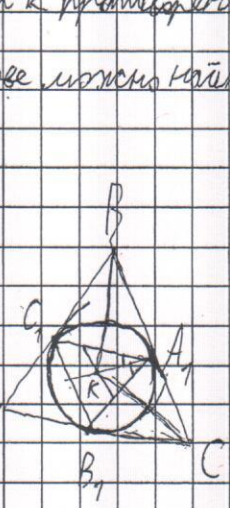
а и b могут быть очень большими

$\frac{5a}{b} + \frac{5}{3} = c$, а так как $a > b$, поскольку $a = max$, мы приходим к противоречию, ведь здесь очевидно, что $c > a \Rightarrow$ для любого a в множестве можно найти число, которое больше $a \Rightarrow n_S = \infty$

Задача 4

Описанная окружность в треугольнике касается всех трёх вершин, K - одна из вершин, при этом она лежит на m следовательно описанная окружность треугольника BCK касается m





ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	10-08

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по Математике, второй тур
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Копытов Николай Антонович

Класс, в котором обучается участник 10

количество листов в работе 3

ШИФР 10-08

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	
+	+	ф	ф	ф	
7	7	0	0	0	14
7	7	0	0	0	14

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»
№_____ от «____» ______________ 200 ____г.
г. Петропавловск-Камчатский, Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Задача 1

Наибольшее возможное кол-во нечётных цифр = 30

Пример:

a = 9 999 999 999

b = 9 999 999 999

a + b = 19 999 999 998

Д-во:

Докажем, что кол-во нечётных цифр не может быть больше 30-ти. Всего может быть максимум 31 цифра. Но при сложении двух нечётных чисел получится чётное. Поэтому в этих трёх числах есть хотя бы одна чётная цифра, то есть нечётных цифр не больше 30-ти

Ответ: 30

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «_____» ______________ 200 ____ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Задача 2

Все числа в таблице можно разбить на три группы в зависимости от их остатка при делении на 3. Также, поскольку числа, отличающиеся на 3 стоят рядом, числа каждой отдельной группы образуют так называемые цепи.

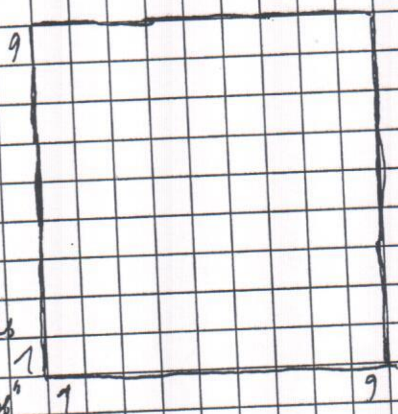
В этих цепях числа идут последовательно с промежутком, равным 3.

При этом поскольку угловых клеток (далее углов) 4, а цепей 3, хотя бы в одной цепи точно есть хотя бы 2 угла. Для этих углов верно следующее:

$b = a + 3n$, где $a < b$, n – кол-во шагов, a и b – углы

Рассмотрим перемещение между этими углами:

Возьмём координатную плоскость:



Делая 1 „шаг", мы изменяем ~~одну~~ на 1 одну из координат, то есть меняем его чётность

У всех координат всех углов одинаковая чётность, следовательно, чтобы сохранить чётность, надо сделать "чётное кол-во „шагов"

Подведём итоги:

1) Хотя бы 2 угла находятся в одной цепи

2) Для перемещения из угла в угол нужно сделать "чётное кол-в„шагов"

Пусть a и b – углы, $a < b$, $2n$ – кол-во шагов, которое кратно 2, тогда

$b = a + 3 \cdot 2n \Rightarrow b - a = 6n$ +

Ответ: верно

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	10-01

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике (II тур)
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Малкина Ольга Евгеньевна

Класс, в котором обучается участник 10 ("Б")

количество листов в работе 4

Вышла: 16^{43}
Вернулась: 16^{46}

ШИФР II	10-01

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№____ от «____» ________ 200___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	−	+	~~0~~	Ø	
			Бур		
7	0	7	0	0	14
7	0	7	0	0	14 исо

Задача № 7

Ответ: нет, не верно, т.к. можно построить пример, где попарные разности чисел, стоящих в угловых клетках, ⋮6, для этого разместим в угловых клетках числа, например 3, ~~12~~, ~~11~~ 4 5, 12, 11 2 а остальные клетки заполним в соответствии с условием задачи например так (см. рис.)

3	54	57	52	49	46	17	14	11
6	51	60	53	50	47	44	41	38
9	48	63	62	59	56	26	23	20
45	42	39	80	77	74	28	31	34
81	78	75	61	58	55	43	40	37
71	68	65	35	32	29	25	22	19
30	33	36	70	67	64	16	7	8
27	24	21	73	76	79	13	4	5
12	15	18	74	77	80	10	1	2

Вы не правильно поняли условие, „любые 2 числа" ⇒ соседями 7 обязаны быть 10 и 4.

Задача № 6

Заметим, что число a+в не может иметь более 11 знаков, иными словами на доске не может быть записано более 31 нечётной цифры

Неч. цифру в конце суммы можно получить только если в конце одного из чисел цифра чётна, а в конце другого-нечётна, т.е. хотя-бы одна чётная цифра на доске всё же написана

Ответ: 30 цифр

Пример:

$$\begin{array}{r} 1\,9\,1\,9\,1\,9\,1\,9\,1\,9 \\ +\;9\,1\,9\,1\,9\,1\,9\,1\,9\,2 \\ \hline 1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1 \end{array}$$

ШИФР II

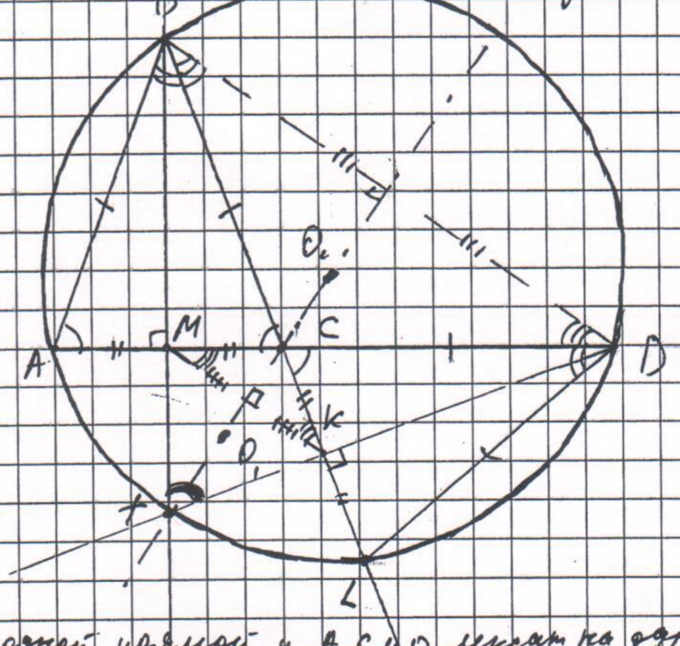
10-01

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№______ от «_____» ______________ 200___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-53-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Задача 8



Дано: $AB = BC$; $MA = MC$; $MC = CK$; $BC = CD$; B, C и K лежат на одной прямой и A, C и D лежат на одной прямой
опис. окр $\triangle MCK$ кас. опис. окр $\triangle ABD$

1) Пусть $BM \cap DK = X$; $BC \cap$ опис окр $\triangle ABD = L$; O_1 – опис окр $\triangle MCK$, а O_2 – ц опис окр $\triangle ABD$

2) в $\triangle MCK$ по усл $MC = CK \Rightarrow \triangle MCK$ – р/б $\Rightarrow \angle CMK = \angle CKM$ и C лежит на сер. пер-е к стороне MK и $\angle CMK = \angle CKM = (180 - \angle MCK) : 2$

3) в $\triangle BCD$ по усл $BC = CD \Rightarrow \triangle BCD$ – р/б $\Rightarrow \angle CBD = \angle CDB$ и C лежит на сер. пер-е к стороне BD и $\angle CBD = \angle CDB = (180 - \angle BCD) : 2$

4) ~~из п. 2 и 3 =>, что сер пер~~ по усл. BCK и MCD – прямые $\Rightarrow$ $\Rightarrow \angle MCK = \angle BCD$ как верт. $\Rightarrow \angle MCK = \angle CKD = \angle CBD = \angle CDB$ т.к. см п 2 и 3

5) $\angle CKM$ и $\angle CBD$ – н/л при прямых MK и BD и сек BK, т.к. $\angle CKM = \angle CBD$, то $MK \parallel BD$ (если н/л углы при 2х прямых перес. 3-ей, равны, то эти 2-е прямые $\parallel$)

6) из п. 2-5 =>, что сер. пер. к MK явл. сер. пер.-ом к BD, т.е. O_1, C и O_2 лежат на одной прямой

7) чет. ABDL – вписанный, т.к. все его верш. лежат на одной окр $\Rightarrow \angle ABC = \angle CDL$

8) в $\triangle ABC$ и $\triangle CDL$: а) $BC = CD$ по усл; б) $\angle BCA = \angle DCL$ как верт. (BCL – прямая по постр, а ACD – по усл) в) $\angle ABL = \angle ADL$ (см п. 7) $\Rightarrow \triangle\triangle$ равны по ~~2ум~~ двум сторонам и углу между ними $\Rightarrow DL = AB$ и $AC = CL$

по 2-ум углам и стороне

ШИФР 11 10-01

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№_____ от «____» __________ 20

г. Петропавловск-Камчатский
Орбитальный пр.
контактный телефон 7
E-mail: evrika@mail.kamc

9) т. к. $AB = BC$, а $BC = CD$, то $DL = DC$ => => $\triangle CDL$ – р/б

10) т. к. $MK \parallel BD$, то четырёхуг. $MKDB$ – трап. => из соображений гомотетии (.) пересеч. бок. сторон, (.) пересеч. диагоналей и ~~центры~~ середины осн. лежат на одной прямой т. е. X, O_1 и O_2 лежат на одной прямой т. е. $X \in$ линии центров

11) т. к. $AC = CL$ и $MC = CK$ то и $AM = KL$ => K – сер. CL

12) т. к. $\triangle ABC$ и $\triangle CDL$ – р/б, то $BM \perp AC$ и $DK \perp CL$ т. к. M – сер. AC и K – сер CL => $\angle CKX = \angle XMC = 90°$ => $XMCK$ – впис. => => $\angle BCA = \angle MXK$ по св-ву впис. четырёхуг.

13) т. к. $\triangle ABC$ – р/б, то $\angle BCA = \angle BAC$ => $\angle BXD = \angle BAD$ => четырёхуг. $BAXD$ явл. впис => $X \in$ опис. окр $\triangle ABC$

ABD MCK

14) т. к. $X \in$ ~~обеим~~ опис. окр $\triangle MCD$ и $\triangle ABD$ и лежит на линии центров, что X – (.) кас. окр. ~~т. К~~, что и требовалось доказать.

Задача № 9.

Заметим, что при $n = 3$ как бы кто что не выкладывал и как бы кто что ни переворачивал ~~фокусник~~ найдёт карточки с номерами 1 и 2; фокусник также заметим, что при $n > 4$ после того, как ~~перве перевернут~~ и зритель перевернут карточки останется $> 2x$ ~~кар~~ неперевёрнутых карточек => фокусник не сможет отгадать две карточки

фокусник будет переворачивать самую правую карточку, а помощник положит карточку с номером 3 в клетку граничащую с 1, если ~~этого не~~ все клетки

Ответ: 3, 4

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	10074

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике (I тур)

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Малкина Ольга Евгеньевна

Класс, в котором обучается участник 10 ("Б")

количество листов в работе 5

Вышла: 15^{46} (обратилась к медикам)

Зашла: 15^{51}

ШИФР 10.07

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	+	−	∅	∅	
	7	0 бур	∅ бур	∅ бур	14 бур
7	7	0	0	0	14

~~№ 10.~~ Задача № 2

$x \neq 0, y \neq 0$ может ли xy быть < 0 ?

$x^4 - y^4 > x$

$y^4 - x^4 > y$

1) если $|x| = |y|$, тогда $x^4 = y^4 \Rightarrow x^4 - y^4 = y^4 - x^4 = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow x < 0$ и $y < 0 \Rightarrow xy > 0$

2) если $|x| \neq |y|$

Пусть $x^4 > y^4$ (если это не так переприсваиваем ~~меняем~~ значения переменных так, чтобы x^4 было $> y^4$) $\Rightarrow$
$\Rightarrow x^4 - y^4 > 0$, а т.к. по усл. $x^4 - y^4 > x$, то x может быть как полож., так и отриц.

$y^4 - x^4 < 0$, а т.к. по усл. $y^4 - x^4 > y$, то $y < 0$

Одно из отриц. чисел больше тогда, когда его модуль меньше т.е. $|y| > |y^4 - x^4| = \cancel{x^4 - y^4}$

предположим, что $xy < 0$.

произведение двух чисел отрицательно тогда, когда ~~[illegible]~~ они имеют разные знаки

ШИФР 1007

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№_____ от «____» ____________ 200 ____ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

=> т.к. X - любое, а $y < 0$, то X должно быть > 0, тогда $|y| > |y^4 - x^4| = x^4 - y^4 > X$ => => $|y| > X$, но изначально (в начале п. 2) было сказано, что $|X| > |y|$ т.е. мы получили противоречие => => $Xy > 0$

Ответ: нет, не может.

Задача № 1

Упорядочим стороны ΔΔ в порядке неубывания их длины (стороны I_Δ - a_1, a_2, a_3, II_Δ - b_1, b_2, b_3)

(1) $[a_1 \le a_2 \le a_3 \; ; \; b_1 \le b_2 \le b_3]$, т.к. это стороны ΔΔ, то $a_1 + a_2 > a_3$ и $b_1 + b_2 > b_3$

Из самых маленьких ~~длин~~ ~~сторон~~ палочек не всегда можно сложить ~~[illegible]~~ Δ, например когда $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 2, b_1 = 1, b_2 = 3, b_3 = 3$, тогда в I гр. попадают палочки длиной 3, 3 и 2, а во II гр палочки длиной 1, 1 и 2, а из них нельзя сложить Δ

Рассмотрим палочки a_3 и b_3, если одна из них попала в вторую группу, то все ~~стороны~~ палочки из этого Δ также попали во II группу

ЛИСТ 2 ИЗ 5

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»
№ ______ от «____» ______________ 200 ____г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-88-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

ШИФР 1007

т.к. палочки a_3 и b_3 имеют максимальную ~~дл~~ длину среди сторон своего Δ ⇒ в I группу попадут палочки являющиеся сторонами Δ

если же ни одна из этих палочек не попала во II группу, то

1) $a_3 \geq b_1$ (если $b_3 \geq a_3$), тогда из нер. $b_1 + b_2 > b_3$ можно получить верное неравенство $a_3 + b_2 > b_3$ (2)

а) если в I гр наход. числа a_3, b_2 и b_3 то см нер (2)

б) если в I гр наход. числа a_2, a_3 и b_3, то

$b_2 \leq a_2 \leq a_3 \leq b_3 \overset{(*)}{\Rightarrow} b_1 + b_2 \leq a_2 + a_3$, а т.к. $b_1 + b_2 > b_3$, то и $a_2 + a_3 > b_3$

~~почему $a_3 \leq b_3$?~~

2) $b_3 \geq a_1$ (если $a_3 \geq b_3$), тогда из нер. $a_1 + a_2 > a_3$ можно получить верное нер. $b_3 + a_2 > a_3$ (3)

а) если в I гр. наход. числа b_3, a_2 и a_3 то см нер (3)

б) если в I гр наход. числа b_2, b_3 и a_3, то $a_2 \leq b_2 \leq b_3 \leq a_3 \overset{(*)}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow a_1 + a_2 \leq b_2 + b_3$, а т.к. $a_1 + a_2 > a_3$, то и $b_2 + b_3 > a_3$

(*) т.к. ~~[illegible]~~ см нер. (1)

$\boxed{\text{Ответ: из палочек I гр всегда можно составить Δ, из палочек II гр не всегда}}$

ШИФР 10 07

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№______ от «_____» _______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-38-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

задача №3

Пусть множество S конечно, тогда найдутся 3 числа a, b и c такие что:

Нельзя менять числа местами

1) $a = \frac{b(3c-5)}{15} = \frac{15b}{3c-5} = \frac{15c}{3b-5}$

$\frac{3c-5}{15} = \frac{15}{3c-5} \Rightarrow 3c-5 = 15 \Rightarrow$

$\Rightarrow c = \frac{20}{3}$ т.к. $c \notin N$ (−)

2) $a = \frac{b(3c-5)}{15} = \frac{15b-5c}{3c} = \frac{15c-5b}{3b} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{3b-c}{c} = \frac{3c-b}{b} \Rightarrow \frac{3b}{c} - 1 = \frac{3c}{b} - 1 \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow b = c$

3) $a = \frac{b(3c-5)}{15} = \frac{15b}{3c-5} = \frac{15c-5b}{3b}$

~~значит~~ $\frac{b(3c-5)}{15} = \frac{15b}{3c-5} \Rightarrow c = \frac{20}{3}$ (−)

4) $a = \frac{b(3c-5)}{15} = \frac{15b-5c}{3c} = \frac{15c}{3b-5}$

$\frac{15b-5c}{3c} = \frac{15c}{3b-5} \Rightarrow \frac{5b}{c} - \frac{5}{3} = \frac{15c}{3b-5} \Rightarrow 5b \vdots c$ и $c \vdots 3$

ВСОШ ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	10-01

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике (I тур)
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Самохин Егор Сергеевич

Класс, в котором обучается участник: 10

количество листов в работе: 8

Вышел: 17^{07}
Вернулся: 17^{09}

ШИФР	10-01

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	+	−	0	−	
7	7	0	0		14
7	7	0	0	0	14

Задача 10. 2

$x^4 - y^4 > x$

$y^4 - x^4 > y$

Пусть $xy < 0$

Тогда одно из двух чисел (x или y) отрицательно, а другое положительно

Допустим, что $y < 0$ (если $x < 0$, просто переименуем его в y, а y — в x)

$-x^4 + y^4 > y \mid \cdot(-1)$

$x^4 - y^4 > -y$

Т.к. $x > 0$, то очевидно, что $(x^4 - y^4) > 0$

Верно

$-y > x^4 - y^4 > x \Rightarrow -y > x$

$-y > x$ — оба числа положительны, т.к. $y < 0$, $x > 0$, значит, их оба можно возвести в 4-ю степень с сохранением знака

$(-y)^4 > x^4$

$y^4 > x^4$

$x^4 < y^4$

ШИФР

1001

Краевое государственное общеобразовательное учреждение «Центр образования «ЭВРИКА»
№ ____ от « ____ » ______________ 200 ___ г.
г. Петропавловск-Камчатский, Орбитальный проезд, 13, контактный телефон 7-23-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Тогда $x^4 - y^4 < 0$, однако $x^4 - y^4 > x > 0$ по условию.

Пришли к противоречию, значит, xy не может быть отрицательным.

Задача 10.1

Из группы наименьших палочек не всегда можно составить треугольник. Пусть у первоклассника набор палочек длинами 1; 7; 8; 9; 9,5; 14. Из них можно составить хотя бы два треугольника. Первый: 7; 8; 14 (т.к. $7+8>14$; $7+14>8$; $14+8>7$). Второй: 1; 9; 9,5 (т/к. $1+9>9{,}5$; $1+9{,}5>9$; $9+9{,}5>1$). Однако из наименьших треугольник составить нельзя. Наименьшие палочки: 1; 7; 8. $1+7 \not> 8$

При выборе наибольших палочек обязательно выбирается или вся одна группа из трех палочек, которые использовались в построении одного из двух начальных треугольников, или 2 палочки одного треугольника и 1 палочка другого. В первом случае очевидно, что можно построить треугольник (он будет тем же, что и в начале). Рассмотрим 2-й случай:

Пусть a_1, a_2, a_3 — палочки первого начального треугольника, а b_1, b_2, b_3 — второго. Пусть наибольшие — это a_2, a_3, b_3 (2 из одной группы, одна из другой). Допустим, что треугольник построить нельзя, тогда выполняется одно из неравенств:

$a_2 + a_3 \leq b_3$

$a_2 + b_3 \leq a_3$

$a_3 + b_3 \leq a_2$

ШИФР 10-01

$a_2 + a_3 \geq b_1 + b_2$ (иначе бы взял первоклассник b_1 и b_2) или одно из них

$b_3 \geq a_2 + a_3 \geq b_1 + b_2$, но $b_1 + b_2 > b_3$ (иначе не строился треугольник из b_1, b_2, b_3). Значит, $b_3 < a_2 + a_3$

$b_3 \geq a_1$ (иначе бы взяли a_1)

$a_2 + b_3 \geq a_2 + a_1$, а $a_2 + a_1 > a_3$, т.к. иначе не строился бы треугольник из a_1, a_2, a_3.

Значит, $a_2 + b_3 > a_3$

$a_3 + b_3 \geq a_3 + a_1$ (иначе бы взяли a_1, а не b_3)

$a_1 + a_3 > a_2$ (иначе бы не строился треугольник из a_1, a_2, a_3).

Значит, $a_3 + b_3 > a_2$

Имеется три неравенства, которые однозначно выполняются:

$a_2 + a_3 > b_3$

$a_2 + b_3 > a_3$

$a_3 + b_3 > a_2$

Значит, треугольник из a_2, a_3, b_3 построить можно. Значит, из наибольших палочек треугольник однозначно построить можно

ШИФР 1001

задача 10.5

При правильной игре выиграет ~~Вася~~ Петя. Всего чётное число клеток. Петя должен сделать так, чтобы на клетках одного цвета при шахматной раскраске оказались бы чёрные цвета~~, но при этом он должен сделать так, чтобы оставшихся белых клеток осталось или чётное количество, если первую из них закрасит Вася, или нечётное, если первую закрасит он сам~~, однако при этом он каждым своим ходом должен оставлять нечётное количество клеток то есть первым ходом закрасить нечётное количество клеток, а затем закрашивать количество клеток по чётности такое же, как количество клеток Васи на соответствующем ходе, причём закрашивает он именно клетки одного цвета при шахматной раскраске~~, однако если случится, что останется несколько подряд идущих по диагонали клеток~~. Также Петя должен закрашивать соседние диагонали одинаковых цветов при шахматной раскраске. При такой игре у Васи останется выбор между так расположенными клетками, что ему придётся закрашивать по одной клетке между закрашенными диагоналями. А так как клеток останется нечётное количество, то Вася проиграет.

почему у него всегда будет нужный ход для победы?

ЛИСТ 4 из 8

ШИФР	1001

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№ _____ от «_____» _______________ 200 ____ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Задача 10.3

$$a = \frac{b(3c-5)}{15}$$

$a \in N$

$b \in N$

$c \in N$

$15a = b(3c-5)$

$3c = 15\frac{a}{b} + 5$

$c = 5\frac{a}{b} + \frac{5}{3}$

$c = 5\left(\frac{a}{b} + \frac{1}{3}\right)$ c ⋮ 5 =>

$\frac{a}{b} = \frac{x}{3}$? почему не $\frac{x}{15}$?

$x = 2 + 3n$, где $n \in N$, иначе $c \notin N$

$a = xy$, где $y \in N$

$b = 3y$, где $y \in N$ b обязано => только ⋮ 3

$15a = b(3c-5)$ может делиться на 5

$a = \frac{b}{15}(3c-5)$ => (3c − 5) ⋮ 5 => b не обязательно ~~делиться~~ на 15

$b = 15z$, где $z \in N$, иначе $\frac{a}{b} \notin N$.

То есть b делится на 15

$15a = b(3c-5)$

$$b = \frac{15a}{3c-5}$$

$$b = \frac{a}{\frac{1}{5}c - \frac{1}{3}}$$

ШИФР 1001

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№_____ от «_____» _______________ 200 _____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

$a = \frac{b}{5} c - \frac{b}{3}$

Взяв любой b, кратный 15, получаем линейную зависимость a от c

Допустим, $b = 15$, тогда $a = 3c - 5$

b - любое число, равное $15z$, где $z \in N$.

Таких чисел бесконечно много, и для каждого из них можно подобрать бесконечно много чисел c, каждому из которых соответствует a некий.

Отсюда следует, что S - бесконечное множество.

Задача 10.4

Пусть средняя линия m в треугольнике $A_1B_1C_1$ пересекает A_1C_1 в точке M, AB_1 - в точке N. $BA_1 = BC_1$ (отрезки касательных равны), BM - медиана, а, значит, и высота и биссектриса в $\triangle A_1BC_1$, который равнобедренный. Аналогично для CN в $\triangle A_1CB_1$

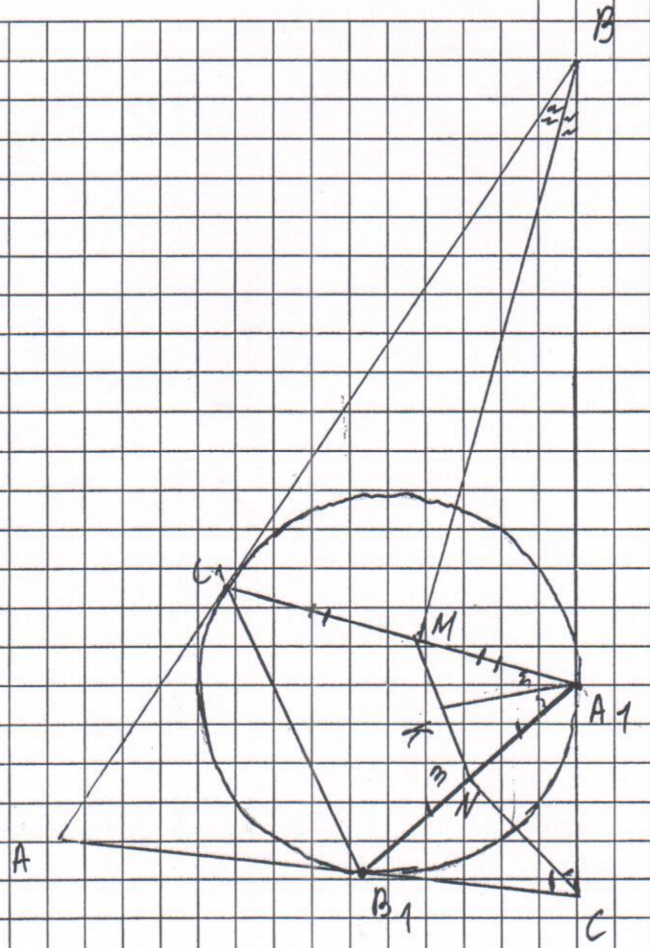
$\frac{MK}{KN} = \frac{MA_1}{A_1N}$ (A_1K - биссектриса $\angle MA_1N$)

$\frac{MA_1}{A_1N} = \frac{MK}{KN} = \frac{2MK}{2KN} = \frac{C_1A_1}{B_1A_1}$

Чтобы доказать, что описанная окружность $\triangle BCK$ касается m надо доказать, что $OK \perp m$, где O - центр данной окружности

нет существенных продвижений

ШИФР	10-01



ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	10-11

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике (II тур)

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Самохин Егор Сергеевич

Класс, в котором обучается участник 10

количество листов в работе 8

Вышел: 16^{57}
Вернулся: 16^{59}

ШИФР 4	10-11

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»»**

№ _____ от « ____ » ______________ 200 ___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон **7-33-10**
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	
+	+	∓	—	—	
7	7	3	0	0	17
7	7	3	0	0	17

Задача 10.6

Докажем, что все цифры не могут быть нечетными. Если все цифры нечетные, то a, b, $(a+b)$ нечетны (цифры на конце каждого числа не делятся на 2). Однако, если сложить 2 нечетных числа a и b, получится чётное число, значит, его конечная цифра чётна, значит, не все цифры нечетны. Таким образом, хотя бы одна цифра чётна.

Если сложить 2 десятизначных числа, то получится или десятизначное, или одиннадцатизначное. Чтобы было наибольшее количество нечетных цифр, надо получить именно не десятизначное, а одиннадцатизначное. Всего будет $(10 + 10 + 11) = 31$ цифра, но хотя бы одна чётна. Значит, наибольшее количество нечетных цифр — это $(31 - 1) = 30$

Пример:

$a = 9999999999$

$b = 9999999999$

$a + b = 19999999998$

Задача 10.7

Заметим, что если любые 2 числа,

ШИФР И 10-11

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№_____ от «____» ______________ 200 ___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 10,
контактный телефон 71-58-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

отличающиеся на 3, стоят в соседних по стороне клетках, то будет такая клетка, по одну сторону от которой стоит число на 3 большее, а по другую на 3 меньшее, причём таких клеток в последовательности в которой каждый следующий член на 3 больше предыдущего, будет на 2 меньше, чем общее число членов последовательности.

Чтобы условие выполнялось, числа в таблице должны быть расставлены так, чтобы, взяв любое из чисел 1, 2, 3 можно было провести непрерывную линию до чисел 79, 80 и 81 соответственно (1, 4, 7 ... 79; 2, 5, 8 ... 80; 3, 6, 9 ... 81). +

Если таких линий чисел не будет, условие не будет выполняться. В таблице 4 угла, а линии 3. Это значит, что одна линия проходит не менее, чем через 2 угла, а если она проходит через 2 угла, то вычтя из большего углового числа меньшее, мы обязательно получим число, делящееся на 3.

$n + 3x$ – большее число, где n и x – натуральные числа

n – меньшее число

$(n + 3x) - n = 3x$ – это число однозначно делится на 3

Чтобы доказать, что $3x$ делится на 2, раскрасим таблицу в шахматном порядке. Таблица с нечетными сторонами, поэтому угловые клетки одного цвета. Пусть они будут чёрные. Если наша линия - последовательность начинается в белой клетке, то в любой черной клетке этой последовательности будет число, получаемое из начального путем прибавления числа 3 нечётное

ЛИСТ 2 ИЗ 8

ШИФР 4

10-11

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ____________ 200___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

количество раз. То есть в двух угловых черных клетках одной линии будут нечётные числа. Вычтя из нечетного нечетное, получим четное, то есть делящееся на 2.

А если последоват. начнется с нечет

Если линия-последовательность начинается в чёрной клетке, то в угловых чёрных клетках одной линии будут четные числа. Разность четных чисел — четное число. Таким образом, мы доказали, что разность каких-то двух угловых клеток одной линии последовательности из трёх делится на 2 и 3, а, значит, и на 6.

Надо было написать, что рассмотр. не

Что и требовалось доказать. цвета, а четност первых клеток...

Немного не точно.

Задача 10.8

$\triangle ABC$ равнобедренный

$AB = BC = CD \Rightarrow \triangle BCD$ равнобедренный

$AM = MC = CK \Rightarrow \triangle MCK$ равнобедренный

$\angle MCK = \angle BCD$ (вертикальные) $\Rightarrow \angle CMK = \angle CKM =$

$= \angle CBD = \angle CDB = (180^\circ - \angle MCK)/2 = (180^\circ - \angle BCD)/2$

$\frac{MC}{CD} = \frac{KC}{CB}$, $\angle MDB = \angle DBK = \angle MKB = \angle KMD \Rightarrow$

факт равнобедренности не доказан

$\Rightarrow MBDK$ — равнобедренная трапеция ($DB \parallel MK$, т.к. накрест лежащие $\angle KMD = \angle MDB$ при секущей MD, и диагонали точкой пересечения делятся в соотношении $2:1$)

не верно Неверно ~~факт верный, но он не доказан~~.

Проведём серединный перпендикуляр к KM, он будет соответственно серединным перпендикуляром к BD ($MBDK$ — равнобедренная трапеция)

ЛИСТ 3 ИЗ 8

ШИФР

10-11

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «____» ______________ 200___ г.

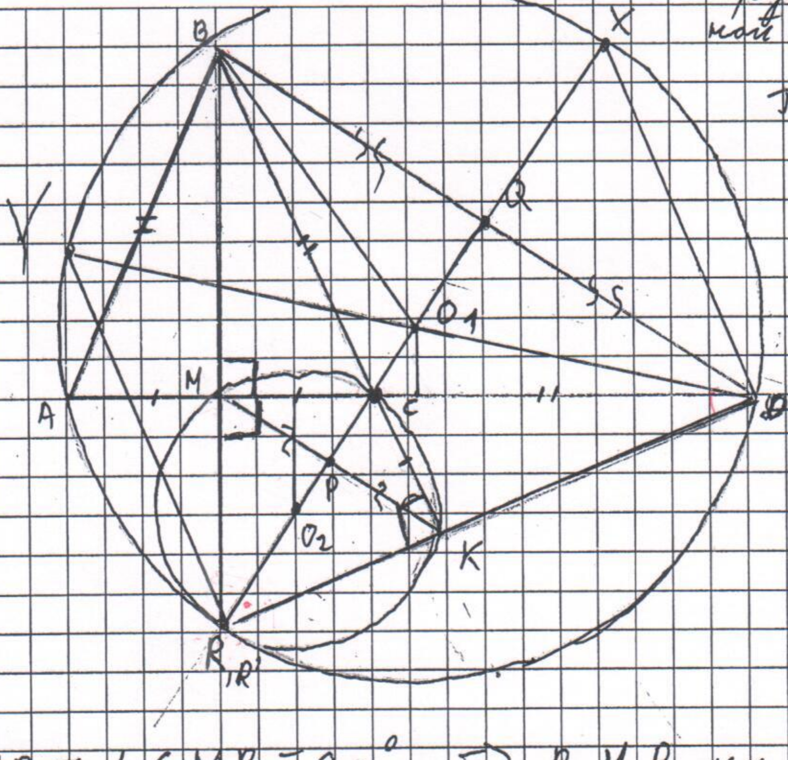
г. Петропавловск-Камчатский,
Сабитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-85-19
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Точки – центры описанных окружностей около $\triangle ABD$ и $\triangle MCK$ (O_1 и O_2 соответственно) будут лежать на серединном перпендикуляре к основаниям трапеции $MBDK$

BM – высота, медиана и биссектриса $\triangle ABC \Rightarrow$ $\Rightarrow \angle BMC = 90^\circ$.

Пусть RC – диаметр окружности, описанной около $\triangle MCK$

Тогда $\angle CMR = 90^\circ$



$\angle CMR = \angle CMB = 90^\circ \Rightarrow B, M, R$ на одной прямой

R – точка пересечения серединного перпендикуляра равнобедренной трапеции $MBDK$ и и продленной стороны $BM \Rightarrow R$ – точка пересечения прямых BM и DK.

Продлим RC до пересечения с описанной окружностью около $\triangle ABD$ в точке X, а DO_1 – до пересечения с этой же окружностью в точке Y. R, допустим, не принадлежит окружности с центром O_1. Пусть окружность с центром O_1 пересекает RX в R'.

$\angle R'DX = \angle DR'Y$ (вписанные углы, опирающиеся

ШИФР 4 10-11

на диаметры)

$\angle X$ и $\angle Y$ опираются на дугу $R'D \Rightarrow \angle X = \angle Y \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle O_1R'D = \angle O_1DR' \Rightarrow$

$\Rightarrow O_1D = O_1R'$

Заметим, что $\angle BR'D =$

$= \angle BAD$ (вписанные, опираются на дугу BD)

Вернёмся к углу $\angle MRK$:

$\angle MRK = 180° - \angle MCK$ ($MCKR$ вписан в окружность)

$\angle MCK = 180° - \angle MCB$ ($\angle MCK$ и $\angle MCB$ смежные)

$\angle MCB = \angle MAB$ ($\triangle ABC$ равнобедренный) +

Объединим это:

$\angle MRK = \angle MCB = \angle MAB = \angle DAB = \angle DRB$

$\angle DR'B = \angle DRB = \angle DAB$ – все они по одну сторону от BC $(R' \neq X)$. Если R' и R не совпадают, то такого не может быть. Значит, они совпадают. Значит $RO_1 = R'O_1 = O_1D$. Значит диаметр RC окружности с центром O_2 лежит на диаметре $(RO_1 + O_1X)$ окружности с центром O_1, значит, обе окружности касаются в R, что и требовалось доказать.

Задача 10.9

При $n = 3$, фокусник однозначно сможет назвать карточку 1 и карточку 2, так как, перевернув 2 карточки, будет видна хотя бы одна из искомых карточек, а другую можно назвать, т. к. она будет единственной не перевернутой.

При $n = 4$ фокусник ~~точно~~ уже не сможет назвать, где находится 1 и 2

Существует $A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$ расстановок

ШИФР 4 10-11

Краевое государственное общеобразовательное учреждение «Центр образования «ЭВРИКА»
№ ____ от «____» ____________ 200 ___г.
г. Петропавловск-Камчатский, Орбитальный проезд, 13, контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

карточек 1 и 2 при $n=4$

Фокусник выбирает определенную карточку, а зритель – случайную.

Фокусник открывает карточку первым, поэтому он и помощник могут договориться только о том, какую именно открывает карточку первой.

Данная карточка может нести либо информацию о какой-то из трёх оставшихся карточках, либо о какой-то комбинации оставшихся трёх чисел. Но так как свободных чисел у помощника лишь два, то он может или закодировать лишь 2 числа или 2 комбинации. То есть выбранная фокусником карточка может лишь сказать о расположении не более одного числа или об одной из 12 комбинаций. Зритель выбирает карточку случайно, поэтому она может не нести какую-то информацию (если фокусник первым ходом не открыл карточку 1 или 2, а открыл карточку, несущую информацию о каком-то числе, а зритель случайно открыл именно это число, то перед фокусником будет 2 закрытые карточки, о которых он ничего не знает). Двух же описанных комбинаций из 12 однозначно недостаточно для получения гарантированных сведений о расположении 1 и 2. Кодировать же комбинации трёх чисел не имеет смысла (вариантов ещё больше). Таким образом, при $n \geq 4$ фокус не удастся.

Ответ: при $n=3$

Задача 10.10

Существует C_n^2 способов выбрать 2 числа из ряда n чисел, т. е. $\frac{n!}{(n-2)!\cdot 2!}$

ЛИСТ 6 ИЗ 8

ШИФР 4 10-11

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «____» ______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

$$\frac{n!}{(n-2)!\cdot 2!} = \frac{(n-2)!\cdot(n-1)\cdot n}{(n-2)!\cdot 2} = \frac{(n-1)\cdot n}{2}$$

То есть на доске окажется всего $\frac{n(n-1)}{2}$ чисел, являющихся наименьшими кратными каких-то пар чисел, причём ни в одной паре нет одинаковых чисел и нет какого-либо общего числа для 2 и более пар

Ответ: не могло

И что?
— почему

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	10-02

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике (I тур)
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Скорняков Леонид Алексеевич

Класс, в котором обучается участник: 10

количество листов в работе: 4

ШИФР	10-02

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «____» ______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	+	+	0	0	
7	7	7	0	0	21
7	7	7	0	0	21 к.по.

Задача №1

• Пусть a_1, a_2, a_3 — палочки из первой группы; b_1, b_2, b_3 — палочки из второй группы.

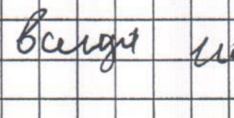
• Предположим нельзя составить треугольник из палочек первой группы, тогда $a_1 > a_2 + a_3$ $(a_1 \geq a_2 \geq a_3)$, но палочка a_1 входила в какой-то треугольник, тогда должно выполняться равенство $a_1 \leq x_2 + x_3 \leq a_2 + a_3$ (где x_1 и x_2 — остальные палочки из треугольника)

Тогда $a_2 + a_3 \geq a_1 > a_2 + a_3$ — противоречие.

• То есть из палочек первой группы всегда можно составить треугольник.

• Из палочек второй группы не всегда можно составить треугольник. Контрпример:

$a_1 = a_2 = a_3 = b_1 = 5$, $b_2 = b_3 = 2$



$5 = b_1 > b_2 + b_3 = 4$.

ШИФР 1002

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ______________ 200 ___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Задание 2

$x^4 - y^4 > x$

$y^4 - x^4 > y$, сложим эти нер-ва.

$0 > x + y$

• ~~Пусть~~ Предположим xy — отрицательное число, тогда x или y является отрицательным числом (а другое положительным). Не умаляя общности, пускай $x < 0$, а $y > 0$,

Тогда $0 > x + y \rightarrow -x > y$, то есть $|x| > |y|$,

тогда $x^4 > y^4$, тогда

$y^4 - x^4 < 0$, но $y^4 - x^4 > y \Rightarrow 0 > y$, противоречие.

• То есть, если одно число отрицательно, то и другое тоже, значит xy всегда положительное число.

ШИФР 1002

Задание 3.

$a = \frac{b \cdot (3c - 5)}{15}$

• Пусть множества S конечно. Рассмотрим число с наибольшей степенью тройки при факторизации (если их несколько, рассматриваем наибольшее), обозначим это число как a_m, ($a_m = 3^m \cdot k$)

Тогда

$a_m = \frac{b \cdot (3c - 5)}{15}$

$3^{m+1} \cdot 5 \cdot k = b \cdot (3c - 5)$, т.к $3c - 5$ не кратно 3, то $b \vdots 3^{m+1}$, противоречие т.к. степень тройки в числе b больше чем в a_m, значит нет ~~наибольшего~~ числа с наибольшей степенью тройки в составе, то есть множество S бесконечна.

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	10-02

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике (II тур)
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Скорняков Леонид Алексеевич

Класс, в котором обучается участник: 10

количество листов в работе: 9

Вышел: 16 46
Вернулся: 16 48

ШИФР II	10-02

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№______ от «_____» ________________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	+	+	−	∓	
7	7	7	0	0	21
7	7	7	0	0	21

Задания 10.6

Ответ: 30, пример 5555555555, 5555555556, 11111111111.

Всего цифр не более 31, т.к. сумма двух десятизначных – число имеющее не более 11 знаков.

Рассмотрим последние цифры чисел a и b, если есть пример на 31 нечётные цифры, то и a, и b заканчиваются на нечётные цифры, тогда a+b заканчивается на чётную цифру, противоречие, т.к. все цифры нечётны, значит нет примера на 31 цифру и более, значит ответ – 30.

ШИФР 11 10-02

Задание 10.7

• Во первых заметим, что хотябы две угловые клетки имеют один и тот же модуль при делении на 3, т.к. значений модуля 3, а клеток 4. +

• Во-вторых введём обозначение „связи", пускай если два числа отличаются на 3, то между ними есть „связь". Теперь попытаемся попасть из ~~клет~~ угловой клетки с модулем „a" при делении на 3 в другую угловую клетку с также модулем „a" при делении на 3, перемещаясь по „связям". Это можно сделать, т.к. все клетки с одинаковым модулем при делении на 3 образуют связный граф, где рёбра — „связи", вершины — клетки с числами (равными по модулю 3)

(граф обязательно связанный, т.к. ~~иначе хотя бы 3 вершины~~ в этом графе мы можем провести направления всем рёбрам, от вершины с меньшим числом к вершине с большим числом, значит граф не может иметь циклов, тогда

ШИФР 4

10-02

т.к. все кроме двух чисел, имеющих наибольшее и наименьшие значение в этом графе, имеют ровно две связи, то есть 2 ребра, то граф связный

(~~n-1~~ $\frac{(n-2)\cdot 2+2}{2} = n-1$ рёбер, где n — кол-во вершин и никакая вершина не имеет больше 2 ребер)).

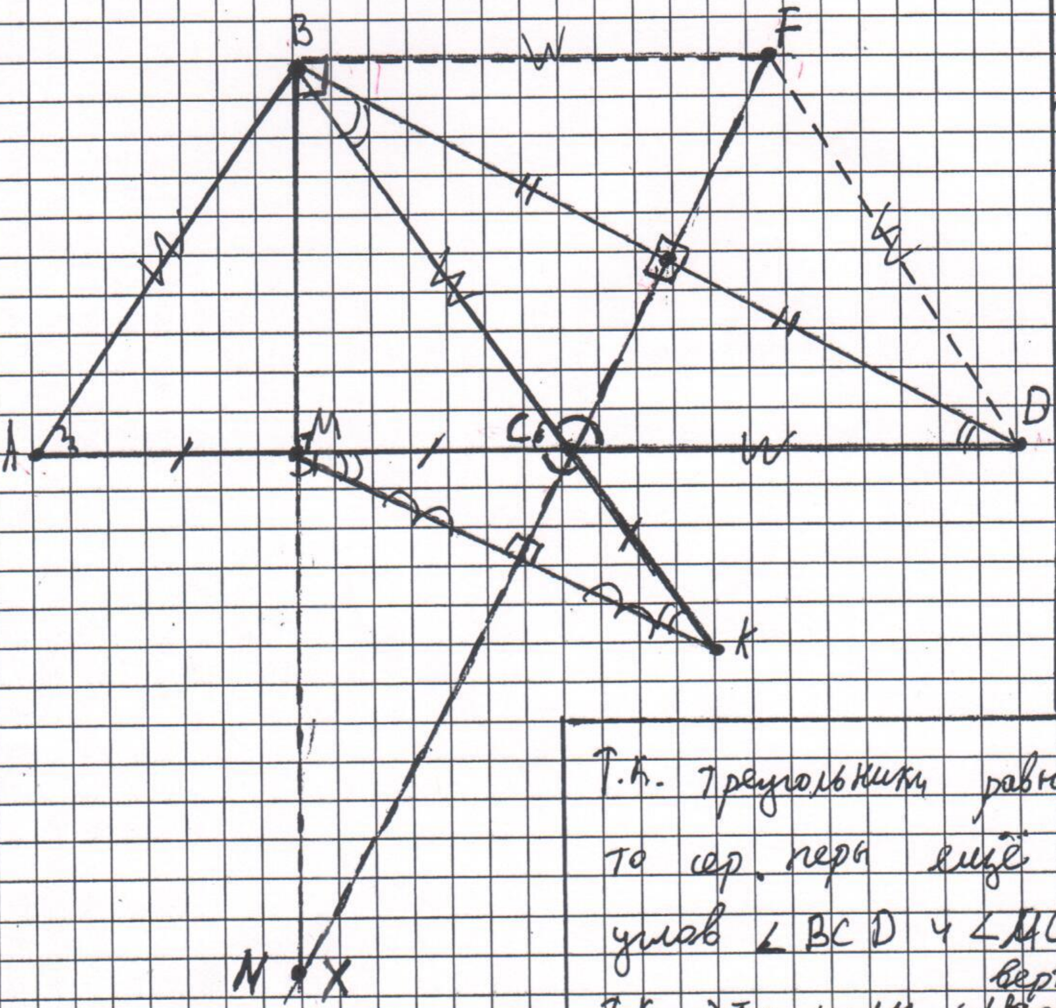
• Значит мы можем попасть из одной угловой клетки в другую угловую с таким же модулем при делении на 3. Пускай мы сделали „x" шагов вверх, „y" шагов низ, „z" шагов влево, „j" шагов вправо. Так как разница в координатах между клетками — чётное число (то есть разница по высоте 0 или 8, разница по ширине 0 или 8) то $(x-y)$ и $(z-j)$ чётные число, тогда всего было сделано чётное число шагов, а т.к. любые два „связанных" числа разной чётности, то через чётное число шагов мы вернёмся в число той же чётности. То есть две угловые клетки с равными модулями при делении на 3 имеют ту же чётность, тогда их разность делится на 2 и на 3, то есть делится на 6.

Ответ: да, верно.

ШИФР 4 10-02

Задание 10.8

• Заметим, что △BCD и △MCK равнобедренные, т.к. углы не у основания у них ~~смежны~~ вертикальны, то они подобны. Проведём сер.перы к BD и к MK,



Т.к. треугольники равнобедрены, то сер.перы ещё и бисс-сы углов ∠BCD и ∠MCK, но т.к. эти углы ~~смежны~~ вертикальны, то бисс-сы совпадают, то есть сер.пер. к BD совпадает с сер.пером к MK.

ШИФР ~~II~~ 10-02

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№____ от «____» ______________ 200____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

• Заметим, что если прямая соединяющая центры двух окружностей пересекает эти ~~в~~ окружности в одной точке, то окружности касаются, т.к. к этой точке можно провести общие касательные для двух окружностей.

• Докажем существование данной точки для окружностей, описанных вокруг $\triangle ABD$ и $\triangle MCK$.

Заметим, что оба центра этих окружностей лежат на ~~сер. пер~~ общем сер. пере к BC и MK. Тогда найдём пересечение этого сер. пера с окружностью вокруг $\triangle MCK$. ~~Эта точка~~ Отрезок между ~~этой~~ этой точкой (пускай N) и точкой C, является диаметром окружности вокруг $\triangle MCK$ т.к. хорда, проходящая через центр. ~~з~~ Значит $\angle CMK = 90°$ (опирается на диаметр) значит N — точка пересечания сер. пера к AC с сер. пером к MK.

• Проведём параллельную прямую к AD через точку B. Пересечение сер. пера к BD с этой прямой — точка F. ~~B~~ $BFDC$ — ромб, диагонали пересекаются под углом $90°$, а пересечение диагоналей

ЛИСТ 5 ИЗ 9

этого достаточно?

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№____ от «____» ____________ 200____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

делит диагональ на 2 равные части, две противоположные стороны параллельны.

- Значит $\angle BFD = \angle BCD$, ~~$\angle CFD$~~ $\angle BCD = 180° - \angle ACB = 180° - \angle BAC$ ($\triangle ABC$ – р/б).
- Значит ABFD – вписанный четырёхугольник. ($\angle BFD + \angle BAC = 180° - \angle BAC + \angle BAC = 180°$).
- Значит F лежит на окружности вокруг $\triangle ABD$. Значит сер. пер. к BD пересечёт окружность вокруг $\triangle BAD$ в точках F и X, где XF – диаметр (хорда проходящая через диаметр), значит $\angle FBX = 90°$ (опирается на диаметр), тогда X – пересечение сер. пера к MK и высоты BM (то есть сер. пером к AC). Тогда X и N совпадают. То есть прямая, проходящая через центры обеих окружностей пересекает обе окружности в точке N, то есть окружности касаются в точке N.

ШИФР

10-02

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№____ от «____» ____________ 200 ___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Задание 10.9

- Заметим, что кол-во расположений карточек с номерам 1 и 2 равно $n \cdot (n-1)$.
- Задачу можно интерпретировать так: $\{a_1, a_2 \dots a_{n}\}$ у на есть $n \cdot (n-1)$ множеств $G(x;y)$, где x — место карточки с номером 1, y — место карточки с номером 2. Требуется зная значение члена под номером f и зная значение случайного члена множества $G(x;y)$, определить ~~к какому множеству~~ $G(x;y)$ значения x^{3}_{33} и y^{33}_{33}. То есть составить $n \cdot (n-1)$ множество $G(x;y)$, чтобы однозначно определять рассматриваемое множество по f члену и случайному f члену.
- Составим множества $G(x,y)$ где $x \neq f$, $y \neq f$, по такому принципу:

Так как x^{3}_{33} и y^{39}_{33} уже заданы, ~~мы можем задать~~ и они не равны f.

Нет стратегии

ШИФР ~~—~~ II

10-02

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№_____ от «____» _______________ 200____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

то множество таких $G(x;y)$ равно $(n-1)\cdot(n-2)$. ~~Пусть~~ Пронумеруем все такие множества от 1 до $(n-1)\cdot(n-2)$.

• Можем задать члену под номером f $(n-2)$ значения (не 1 и 2), заметим что ~~мы не можем задать оставшимся~~ во всех множествах не может совпадать значение члена под номером f и любого другого члена. То есть для каждого из $n-2$ значения f соответствуют ~~равно единственная расстановка~~, перестановки не совпадающие ни в одном другом члене, иначе зритель может выбрать совпадающий член, а кол-во таких расстановок $n-3$, то есть $(n-2)\cdot(n-3)$ расстановок

ЛИСТ 8 ИЗ 9

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	11-01

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике (II тур)
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Бардам Леонид Александрович

Класс, в котором обучается участник: 11

количество листов в работе: 5

вышел 16.12
вернулся 16.14

ШИФР	11-01

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№_____ от «_____» _______________ 200___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	— Бур	+ кю	∅	∅	
4 кю	0	1	0 кю	0 кю	5

8.

Оценим алфавит для $n=2$ букв, т.к. одна и та же буква не может идти друг за другом. ⇒

Возможное слово:

$\underbrace{a\,b\,a\,b\,a}_{2n+1}$

Рассмотрим длину слова $2n+2$, может ли такое число быть хорошим:

Для $2n+1$ есть пример $ab_1ab_2\ldots ab_{(n-1)}ab_1a$ V

Для $2n+2$ выберем ~~что~~ букву a, кот. встреч. ~~чаще~~. ~~ко~~. больше всех раз это ≥ 3. ⇒ ~~с~~слово можно представить в виде:

$\ldots a \ldots a \ldots a \ldots$ | Всего свободных мест $2n-1$.

А ~~букв~~ $n-1$, т.к a уже используется ⇒ если даже мы заполним a, через 1, то свободных мест будет $n+1$ а чисел $n-1$, значит будет ещё одно число которое ~~ка~~ ≥ 2, если оно ≥ 2, то будет ещё одно, которое ≥ 2, а если между ними стоят a через 1, то?

?

~~abc~~ ~~abacabac~~ $a \ldots b \ldots a \ldots b \ldots a \ldots c \ldots$,
$a \ldots c \ldots a \ldots b \ldots a \ldots c \ldots b \ldots$

и так далее.

ШИФР 11-01

~~букв а может быть максимум половина, но есть n+1, т.к. они не стоят рядом~~

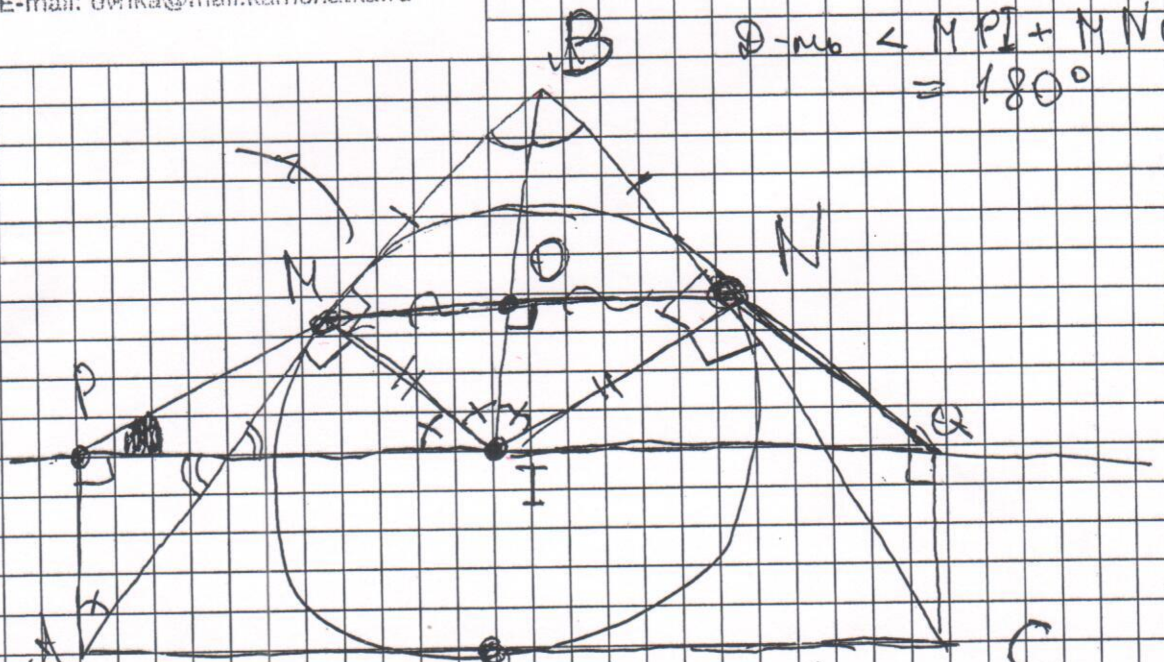
7

Дано:

$AP \perp PQ$

$CQ \perp RQ$

Д-ть $\angle MPI + MNQ = 180^\circ$



Т.к. I – центр. окр. ~~BM~~ $IM = IN = r$
$BM = BN$ (кас.)
BI – общая
$\Rightarrow \triangle BMI = \triangle BNI$

BI – бисс. $\triangle BAC$ по ~~св-ву~~ у к. к. прох. через т. I.

BI – бисс. $\triangle MNB$
$BM = BN$
$\Rightarrow \triangle BNM$ равноб. $\Rightarrow OM = OM$
$\angle BMO = \angle BNO$
$\angle BON = 90^\circ$

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

- № ______ от «_____» ________________ 200 _____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

ШИФР 11-01

6.

1 Каждое из чисел от 1го до 81го мы можем представить в виде $1+3k$

$2+3n$

$3+3z$

где n, k, z – целые числа $\in [0; 26]$

2 Чтобы разность делилась на 6 надо, чтобы в 2х каких нибудь клетках стояли числа ~~делящиеся на 2 & 3~~ из одной группы, так как если они из разных, то их разность не делится на 3 ⇒ не $\vdots 6$.

Т.к. видов чисел 3 а угловых клеток 4 значит в 2х ~~каких~~ ~~клетках~~ из них должны быть числа одного вида. +

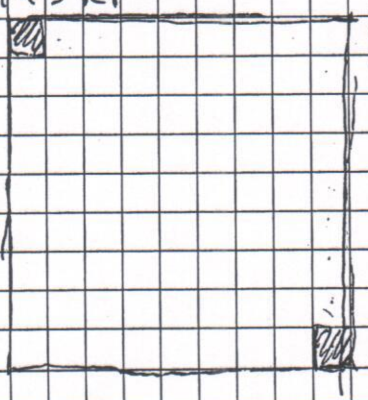
случаи $2+3n$ и $3+3z$ не рассмотрены

3. Пусть эти числа $1+3k_1$ и $1+3k_2$, тогда их разность делится на 6 если: $|k_2-k_1| \vdots 2$

Нет явного упоминания существования пути.

4. 1

$1+3k_1$



$1+3k_2$

Если числа располагаются как показано на рисунке, то $|k_2-k_1| \geq 16$, т.к. если от одного числа можно дойти до другого, то только по числам которые отлич. на 3.

Чтобы попасть в клетку, наход. в нижнем углу из верхней. надо пройти минимум 16 шагов (Если > 16, то в любом случае компенсируется шагом в обр. сторону, чётность не меняется) +?

Если к k_1 прибавить чётное кол-во шагов, то k_2 будет той же четности ⇒ их разность будет делиться на 2 ⇒ разность чисел будет дел. на 6.

± (мысль верна, но написано плохо)

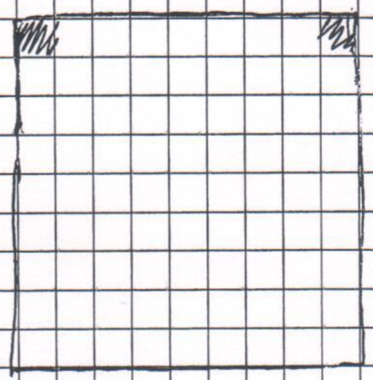
ШИФР	11-01

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ____________ 200 ___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

2



Аналогично и для этого случая, по мум $|k_2 - k_1|$ минимум 8, т.к. пройти 8 клеток в какую либо сторону, либо > 8 клеток, но той же чётности, что и 8.

$\Rightarrow$ в этом случае $3|k_2 - k_1| \vdots 6$

В16:01 11 16:03.
017:17 П17:19.

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	11-08

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике, I тур.
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады: Бардаш Леонид Александрович

Класс, в котором обучается участник: 11

количество листов в работе: 4

ШИФР	11-08

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№ ____ от «____» ______________ 200___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+ Юдр	+ Юдр	± Юдр	∅	∅	
7 кю	6 кю	4 кю	0 кю	0 кю	17

№ 2.

$$\begin{cases} x^4 - y^4 > x \\ y^4 - x^4 > y \end{cases}$$

1. ~~Уравнения~~ Неравенства симметричны, т.к. если заменить в одном ур. y на x, а x на y, получится второе.

2. x^4 и y^4 — положительные числа $\Rightarrow$ $x^4 - y^4$ противоп. по знаку с $y^4 - x^4$.

$\boxed{x^4 - y^4} > x$

$-(x^4 - y^4) > y$

будем рассматр., что $x^4 - y^4 > 0$

~~$x \neq 0$, т.к. $x^4 - y^4 \geq x$~~
~~$0 - y^4 > 0$~~
~~$-y^4 > 0$~~
~~Аналогично для y т.к. неравенство симметр.~~

3. Случай, когда $x > 0$ и $y > 0$ нам не подходит, т.к.:

$x^4 - y^4 > x > 0$

$-(x^4 - y^4) > y$, т.к. $-(x^4 - y^4) < 0$, а $y > 0$ условие не выполняется. V

4. Случай, когда $x < 0$ и $y < 0$, выполняется как минимум тогда, когда:

$x < 0$ $\quad x = y$ $\quad \begin{cases} 0 > x \\ 0 > y \end{cases}$ $\Rightarrow$ Этот случай нам подходит. x y может быть больше 0.

ШИФР 11-08

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№____ от «____» __________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

5. ~~x~~ Рассмотрим случай, когда знаки x, y различны.

Так как ~~мы~~ ранее мы взяли $x^4 - y^4 > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $x^4 - y^4 > x$

$-(x^4 - y^4) > y$ $\Rightarrow$ $y < 0$, $x > 0$

< 0

Если $x^4 - y^4 > x > 0 \Rightarrow |x| > |y| \Rightarrow |x^4 - y^4| > |y|$, а т.к. $-(x^4-y^4) < 0$ и $y < 0$, но чем $> ||$, тем больше? само число, значит $-(x^4 - y^4) < -y$ а это противоречие.

$\boxed{\text{Ответ: } xy > 0}$

1

1. Если $a \underset{\text{mod } 40}{\equiv} k$ и $a \underset{\text{mod } 625}{\equiv} k$ $\Rightarrow a - k \underset{\text{mod } 40}{\equiv} 0$; $a - k \underset{\text{mod } 625}{\equiv} 0$

$\boxed{a - k = b}$, значит нам надо найти такое b, кот. делится и на 625, и на 40.

2. ~~У числа 625~~ При делении на 625 у нас ~~могут~~ получаться остатки от 0 до 624, а при дел. на 40, от 0 до 39, общих 40, от 0 до 39 могут

~~Т.к. число b которое даёт остаток 0, при дел.~~ Т.к. число b даёт остаток 0, при делении на оба этих числа, значит оно делится как минимум на 25, т.к. ~~40~~ $625 = 25 \cdot 25$ и на 4, т.к. $40 = 4 \cdot 10 \Rightarrow$ с одной стороны число должно оканчиваться на ...00, ...25, ...50, ...75, а с другой ~~в числе~~ из 2х посл. цифр должно делиться на 4 $\Rightarrow$ число $\boxed{b}$ оканчивается на 00, а ~~нет~~ ~~общих~~ ~~остатков~~ число a будет оканчи

ШИФР	11-08

на одно из чисел 00, 01, ..., 99 ⇒ ~~числа~~ перехода через сотни не будет значит достаточно рассмотреть тысячи только числа в.

3. НОК(40; 625) = 5000

⇒ получать числа, которые делятся на 40; 625 мы можем только умножая НОК на какое-либо число, если число чётное, то произведение оканчивается на 0, ~~если~~ 0000, если нечётное, то на 5000 ⇒

Ответ: разряд тыс. ~~равен~~, либо 5, либо 0

3.

1. Две квадр. функции пересек. максимум в 2х точках, так как если их приравнять и преобразовать получится новая квадр. функция, а у неё максимум 2 корня.

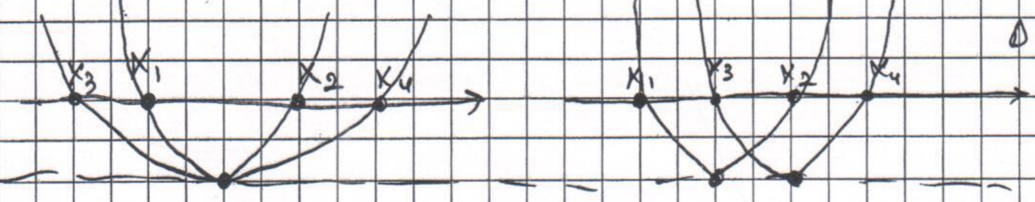
$$a_1x^2 + b_1x + c_1 = a_2x^2 + b_2x + c_2$$

$$(a_1 - a_2)x^2 + (b_1 - b_2)x + c_1 - c_2 = 0$$

почему? (не доказано)

✓

2. Если 2 графика выходят из 1й точки (то есть касаются $y=1$ в этой точке), то у них одно пересеч. друг с другом. Так же графики один раз пересек. друг с другом, если они выходят из разных точек но их ΔX равны.



$\Delta X_1 = X_2 - X_1$

$\Delta X_3 = X_3 - X_2$

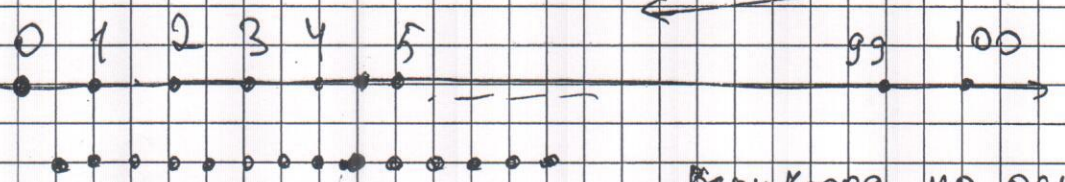
ШИФР	11-08

4. ~~Значит x_0 и x_k может~~ x_0 и x_k может принимать значения от 1го до 100; а так как функций 200, ~~значит, как ... 100 функц. пересекутся~~. значит найдётся 100 пар пересекающихся 1 раз.

недостаточно ограничено

не хват.

5. Рассмотрим общее кол-во вариантов вершин для парабол: ~~так~~ точек



~~Верш~~ Коорд. по оси Ox вершины – $\frac{x_1+x_2}{2}$

Т.к. значения целые, значит мы можем получить всевозм. значения вход. в арифм. прогрессию, так как при делении на 2, это либо целое число, либо число вида: ...,5

$a_{n+1} = a_n + 0,5$

$a_1 = 0,5$
$\Rightarrow n = 199$
$a_n = 99,5$

~~Чисел~~ Функций 200, а вариантов подстановки 199, значит одна из функций будет выходить из точки из которой выходит другая $\Rightarrow$

Найдётся ещё одна функция пересекающаяся с одной из 200 один раз.

6 ~~...~~ Найдём максимальное кол-во пересечений, для этого кол-во пересек. функций умножим на 2, предположив, что они пересекаются в 2х точках и вычтем те, которые всё таки пересекутся 1 раз.

$19900 \cdot 2 - 1 - 100 = 39699 \Rightarrow$ можно было получить

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	11-02

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике (II тур)
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Лагойда Андрей Андреевич

Класс, в котором обучается участник 11

количество листов в работе 7

вышел	15.26	16.21	17.23
вернулся	15.28	16.23	17.25

ШИФР 4 11-02

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+	+	+	∅	∅	
7 Кю	7 бур	7 Кю	0	0	21 бур

№ 11.6

Ответ: да, верно.

Заметим, что из четырех чисел, стоящих в угловых клетках, хотя бы 2 каких-то будут давать одинаковый остаток при делении на 3. (доказана :3) +

Пусть это числа a и b, где $a<b$ и $a \underset{3}{\equiv} b$. Значит
$b - a \underset{3}{\equiv} 0 \Rightarrow b = 3k + a$, где $k \in N$. Тогда ~~докажем~~ покажем, что из a можно попасть в b, переходя из клетки в другую, соседнюю по стороне:

числа a и $a+3$ по условию стоят в соседних по стороне клетках. переходим из a в $a+3$. Аналогично числа ~~...~~ $a+3$ и $a+2\cdot 3$ по условию стоят в соседних по стороне клетках, перейдем из $a+3$ в $a+2\cdot 3$. И так далее, учитывая, что каждый раз мы переходим в клетку с числом на 3 больше предыдущего, то когда-нибудь попадем в клетку с числом $a+k\cdot 3$ т.к. $k \in N$. (доказательство пути) +

Теперь докажем, что $k \vdots 2$ или по другому – что из клет-

ШИФР
11-02

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№____ от «____» __________ 200___ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 11.6 (продолжение)

ки a можно попасть в клетку $a+3k$ за четное число переходов в клетку, соседнюю по стороне с числом на 3 больше.

Для этого припишем каждой клетке координаты $(x;y)$, где x - номер столбца, в котором находится клетка, а y - номер строки:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1;1								9;1
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9	1;9								9;9

Так как числа a и $a+3k$ стоят в угловых клетках, то сумма их координат x и y будет четная, т.к. она равна одному из значений: $1+1=2$; $1+9=10$; $9+1=10$; $9+9=18$.

Когда мы переходим из клетки в соседнюю по стороне, мы изменяем одну из координат на $+1$ или -1 $\Rightarrow$ сумма координат $x+y$ при каждом переходе ~~изменяется~~ ~~на~~ изменяется на $+1$ или -1

Так как сумма координат клеток с числами a и $a+3k$ одной четности, то из клетки a в клетку $a+3k$ можно попасть только за четное число переходов $\Rightarrow k \vdots 2$, ч.т.д! (доказана четность) +

Так как $k \vdots 2$, то $k=2l$, $l \in N \Rightarrow$

$\Rightarrow b-a = a+3k-a = 3k = 3\cdot 2l = 6l$, то есть разность чисел a и b делится на 6

ШИФР IV

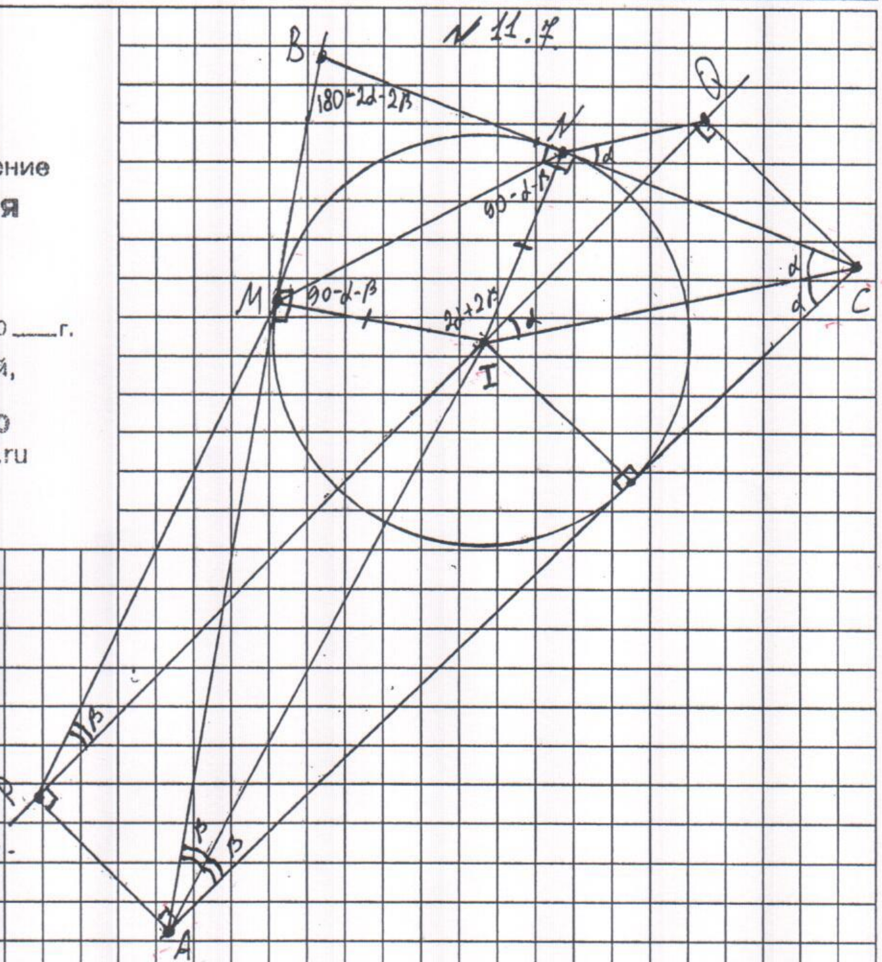
11-02

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№_____ от «____» ______________ 200____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 11.7.



I-центр вписанной окружности $\triangle ABC \Rightarrow$

$\Rightarrow$ AI и CI - биссектрисы ~~углов~~ $\angle BAC$ и $\angle BCA$ соответственно $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle IAC = \angle IAB = \beta; \angle ICA = \angle ICB = \alpha$

$\angle IMA = 90^\circ$ т.к. $IM \perp AB$, потому что радиус, проведенный к точке касания $\perp$ касательной, проходящей через эту точку

$\angle API = 90^\circ$ т.к. $AP \perp PQ$ по условию.

Тогда $\angle API = \angle AMI \Rightarrow$ четырехугольник APMI - вписанный ($\angle API$ и $\angle AMI$ опираются на одну дугу) + (1б.)

В четырехугольнике APMI $\angle MPI = \angle MAI = \beta$ т.к. они опираются на одну дугу.

Аналогично ~~на~~ $\angle INC = 90^\circ$ т.к. $IN \perp NC$ как радиус и касательная и ~~на~~ $\angle IQC = 90^\circ$ т.к. $PQ \perp CQ$ по условию $\Rightarrow$ четырехугольник INQC-вписанный.

ШИФР II

11-02

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№____ от «____» __________ 200___г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 11.7 (продолжение.

$PQ \parallel AC$ и IC - секущая $\Rightarrow \angle QIC =$
$= \angle ICA = \alpha$ (накрест лежащие)

В четырехугольнике $INQC$ $\angle QNC =$
$= \angle QIC = \alpha$ (~~Вп~~ опираются на одну дугу)

$\angle ABC = 180° - \angle BAC - \angle BCA = 180° - 2\alpha - 2\beta$

$\angle BMI = \angle BNI = 90°$ (т.к. $IM \perp AB$ и $IN \perp BC$)

$\angle MIN = 360° - \angle MBN - \angle BMI - \angle BNI = 360° - 180° + 2\alpha + 2\beta - 90° - 90° = 2\alpha + 2\beta$

$\triangle MIN$ - р/б т.к. $MI = IN$ (радиусы) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle MNI = \angle NMI = \dfrac{180° - \angle MIN}{2} = 90° - \alpha - \beta$

$\angle MPQ + \angle MNQ = \angle MPQ + \angle MNI + \angle INC + \angle CNQ = \beta + 90° - \alpha - \beta + 90° + \alpha =$
$= 180° \Rightarrow$ четырехугольник ~~PMNQ~~ $PMNQ$ - вписанный $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ точки M, N, P и Q лежат на одной окружности. ЧТД!

ШИФР 11 11-02

№ 11.8.

Ответ: $2n+1$

Покажем хорошее ~~с~~ слово для n-буквенного алфавита ($n>1$), состоящее из $2n+1$ буквы. Алфавит: $a_1, \dots a_n$:

$a_1 a_2 a_3 \dots a_n a_1 a_n \dots a_3 a_2 a_1$ +

Заметим, что в хорошем слове не могут 2 различные буквы встречаться ≥ 3 раз. Предположим противное, то есть есть хотя бы 3 буквы a_i и хотя бы 3 буквы a_j. Поставим вначале 2 буквы a_i и 3 буквы a_j, чтобы слово было хорошим, они должны стоять только так: $a_j a_i a_j a_i a_j$ почему?!

но тогда куда бы мы не поставили ~~то~~ 3-ю букву a_i, слово не будет хорошим. Противоречие.

Значит $n-1$ буква повторяется не более 2 раз.

Пусть буква a_i повторяется k раз, $k \geq 4$. Рассмотрим 1ую, 2ую, $k-1$ую и kую буквы a_i: $\overset{1}{a_i}\underbrace{\quad}_{1\text{ слот}}\overset{2}{a_i}\underbrace{\quad}_{2\text{ слот}}\overset{k-1}{a_i}\underbrace{\quad}_{3\text{ слот}}\overset{k}{a_i}$

хотя бы $k-3$ буквы, отличные от a_i и друг от друга должны разделять все буквы a_i с 2-ой по $k-1$ ую (буквы должны быть различны, иначе слово не будет хорошим из-за $k-1$ой и kой букв a_i.

Остальные из $n-1$ букв (то есть $n-1-k+3$ буквы)

№ 11.8 (продолжение)

могут стоять как в слоте 1, так и в слоте 3 (но только единожды в каждом слоте)

Итого букв максимум

$2(n-1-k+3)+k+k-3 = 2n+1$ буква

В 17:27 П 17:29.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	11-12

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике (I тур)
(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Логойда Андрей Андреевич

Класс, в котором обучается участник 11

количество листов в работе 6

ШИФР	11-12

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+	+	+	∅	∅	
7 Бур	7 Бур	7 Бур	∅ Бур	∅ Бур	21 Бур

№ 11.1

Ответ: цифра 0 или 5

Пример: $1000\underline{0}000 \underset{40}{\equiv} 0$ $\quad 1000\underline{5}000 \underset{40}{\equiv} 0$

$1000\underline{0}000 \underset{625}{\equiv} 0$ $\quad 1000\underline{5}000 \underset{625}{\equiv} 0$

Пусть наше число – $M = 10000 \cdot n + 1000 \cdot k + a$, где $n \in N$; $k \in Z$, $k \in [0;9]$; $a \in Z$, $a \in [0;999]$.

$M = 10000 \cdot n + 1000 \cdot k + a \underset{40}{\equiv} 0 + 0 + a \equiv a$

$M = 10000 \cdot n + 1000 \cdot k + a \underset{625}{\equiv} 0 + 375k + a \equiv 375k + a$

$375k \underset{625}{\equiv} 0$

$375k = 625n$

$3k = 5n \quad НОД(3;5) = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow k \underset{5}{\equiv} 0$

$k = 0; 5$

ШИФР	11-12

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№______ от «_____» ________________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 1а
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 11.2

Ответ: знак „+"

Пример: $x = y = -1$

Тогда $x^4 - y^4 = (-1)^4 - (-1)^4 = 1 - 1 = 0 > -1 = x$

$y^4 - x^4 = (-1)^4 - (-1)^4 = 1 - 1 = 0 > -1 = y$

Предположим, что xy имеет знак „−" $\Rightarrow$ $xy < 0$

Тогда одно из чисел положительное, а другое − отрицательное.

Пусть $x < 0 < y$. Сложив данные в условии неравенства, получим: $\boxed{x + y < 0} \Rightarrow |x| > |y|$ (иначе $x + y \geq 0$)

Но тогда $y^4 - x^4 < 0 < y$ Противоречие!

Аналогично предположив, что $y < 0 < x$ и зная, что $x + y < 0$, получим $|y| > |x|$ (иначе $x + y \geq 0$)

Но тогда $x^4 - y^4 < 0 < x$. Противоречие!

Таким образом, числа x и y не могут быть разных знаков $\Rightarrow$ $xy > 0$.

Также, так ~~как~~ как $x, y \neq 0$ по условию, то $|xy| > 0 \Rightarrow xy$ имеет знак „−" либо „+" (а знак „−" оно иметь не может)

ШИФР	11-12

№ 11.3

Ответ: Нет, не мог.

Заметим, что все наши функции имеют вид $\frac{4}{k^2}(x-x_1)(x-x_1-k)$, −1 где x_1 и x_1+k – корни, $k\in Z$, $k\in[1;100]$

Докажем это: Так как графики функций пересекают ось Ox и касаются прямой $y=-1$, которая ~~направлена~~ находится ниже, то ветви парабол смотрят вверх.

Пусть функция ~~проходит~~ пересекает ось Ox в точках x_1 и x_1+k, тогда она имеет вид $a(x-x_1)(x-x_1-k)$. Вершина параболы имеет координаты $\left(\frac{x_1+x_1+k}{2};-1\right)$ так как она касается прямой $y=-1$. ~~Значит $a(x$~~

Значит: $a\left(x_1+\frac{k}{2}-x_1\right)\left(x_1+\frac{k}{2}-x_1-k\right)=-1$

$$-a\frac{k^2}{4}=-1 \Rightarrow a=\frac{4}{k^2},\ k\in Z;\ k\in[1;100]$$

Заметим, что если параболы не совпадают, то они имеют не более 2 точек пересечения. Это понятно из того, что их разность имеет степень не >2 => не может иметь более ~~3~~ 2 корней.

Если хотя бы 2 из парабол совпадают, то точек пересечения $\infty > 39699$. Значит все параболы различны.

ШИФР 11-12

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ _____ от «____» ______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

Вместо того, чтобы считать все точки пересечения парабол, будем считать сколько точек не хватает до максимума. Так как любые из наших парабол пересекаются максимум в 2 точках, то ~~в~~ максимум точек будет $19900 \cdot 2 = 39800$.

Чтобы получить число 39699 надо убрать 101 точку.

Заметим, что так как формула любой из наших парабол $\frac{4}{k^2}(x-x_1)(x-x_1-k)$ то вершины имеют координату $(x_1+\frac{k}{2};-1)$ ~~То~~ То есть вершины наших парабол ~~и то~~ лежат в точках по оси $X \in \{0,5;1;1,5;...;99,5\}$ таких точек 199 значит хотя бы какие-то 2 параболы будут ~~пер~~ пересекаться ровно в 1 точке - вершине.

Назовем параболы похожими, если они имеют одинаковый старший коэффициент. Заметим что похожие параболы имеют не более 1 общей точки так как их разности имеют первую степень $\Rightarrow$ не более одного корня.

$k \in Z$ и $k \in [1, 100] \Rightarrow$ различных коэффициентов не более 100 также парабола с коэффициентом $\frac{4}{100^2}$ только одна, так как она лежит на всем отрезке ~~от~~ $[0;100]$ (ее корни 0 и 100).

Покажем, что „потерянных" точек ≥ 102

Одна из них - это точка в которой совпадают вершины

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»
№____ от «____» __________ 200____г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

хотя бы 2 парабол.

~~Для нахождения количества~~ ~~точек~~ ~~рассмотрим~~ не ~~Заметим~~ ~~так как~~ ко

Вспомним, что коэффициентов при x^2 не более 99 (коэффициент 100 не считаем т.к. он один)

теперь пусть у нас ~~в~~ есть все ~~100~~ 99 теперь ~~будут~~ при добавлении новой параболы она с хотя бы одной уже имеющейся пересечется не более одного раза (это та парабола, которая имеет такой же старший коэффициент)

~~⇒~~ При этом найдутся хотя бы 3 ~~по~~ похожие параболы ⇒ количество потерянных точек минимизир.

$2+99+1=102$ где 1 - точка-вершина в которой совпадают 2 параболы, 99 - это точки, ~~по~~ убирающиеся при добавлении похожих парабол, 2 - точки ~~уб~~ убравшиеся при добавлении последней из 3 похожих парабол

~~350~~ $39699 > 39800-102$ ⇒ Не может

(Если коэффициенты будут не все то, очевидно убранных точек еще больше)

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР II	11-03

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике 2 тур

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Пятко Лев Андреевич

Класс, в котором обучается участник 11

количество листов в работе 7

вышел 15.33
вернулся 15.35

ШИФР 11-03

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

6	7	8	9	10	Σ
+ юр	+ юр	± юр	∅ бур	∅ бур	
7 юр	7 бур	3 юр	∅ бур	∅ бур	17 бур

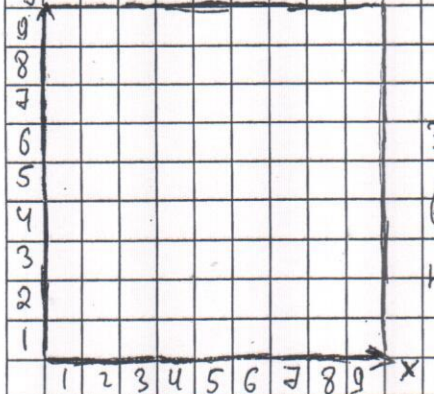
Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»
№ ____ от «____» ____________ 200 ___ г.
г. Петропавловск-Камчатский, Орбитальный проезд 13.
контактный телефон 7-38-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 11.6

Всего существует 3 остатка при делении на 3, а угловых клеток квадрата 4, значит по принципу Дирихле найдутся хотя бы 2 угловые клетки с одинаковыми остатками при делении на 3. Рассмотрим эти 2 клетки.

Пусть эти клетки — a и b ($b>a$), тогда очевидно, что $|a-b| \vdots 3$, остаётся доказать только что $a-b \vdots 2$.

Введём следующую систему координат:



Тогда каждая клетка однозначно задаётся координатами $(x;y)$. Рассмотрим все числа с таким же остатком при делении на 3, как и числа a и b:

$n_0; n_1; \dots a; \dots; b \dots; n_{27}$. ($n_i = n_{i-1}+3$)

Несложно заметить, что $x_i + y_i = x_{i-1} + y_{i-1} \pm 1$ (т.к. они соседние по стороне). Значит при каждом переходе от n_{i-1} к n_i сумма координат меняет чётность.

ШИФР II 11-03

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от « ____ » ______________ 200 ____ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 11.6 (продолжение)

Без ограничения общности наши клетки могут располагаться 2 способами:

1) $a=(1;9)$ и $b=(1;1)$ | 2) $a=(1;9)$ $b=(9;9)$

$X_a+Y_a=10$ $Y_b+X_b=2$ | $X_a+Y_a=10$ $X_b+Y_b=18$

Сумма координат одной чётности, значит исходя из вышесказанного очевидно, что между a и b четное ~~число~~ количество чисел ~~в~~ в ряду одинаковых остатков при делении на 3 (включая один конец). Тогда $b=a+3k$, где k нечетное, значит a и b одной чётности, значит $b-a \vdots 2$, значит $b-a \vdots 6$

ШИФР 11-03

№ 11.7

1) $\angle API = 90^\circ$ (по условию)

$\underbrace{\angle AMI = 90^\circ}$ (по свойству касательной)

$\angle API = \angle AMI \Rightarrow APMI$ — вписанный +

$\Rightarrow \angle MPI = \angle MAI = \frac{\angle BAC}{2}$ (т.к. I — центр впис.)

2) $\angle CQI = 90^\circ$ (по условию)

$\underbrace{\angle CNI = 90^\circ}$ (по свойству касательной

$\angle CQI = \angle CNI \Rightarrow CQNI$ — вписанный $\Rightarrow$

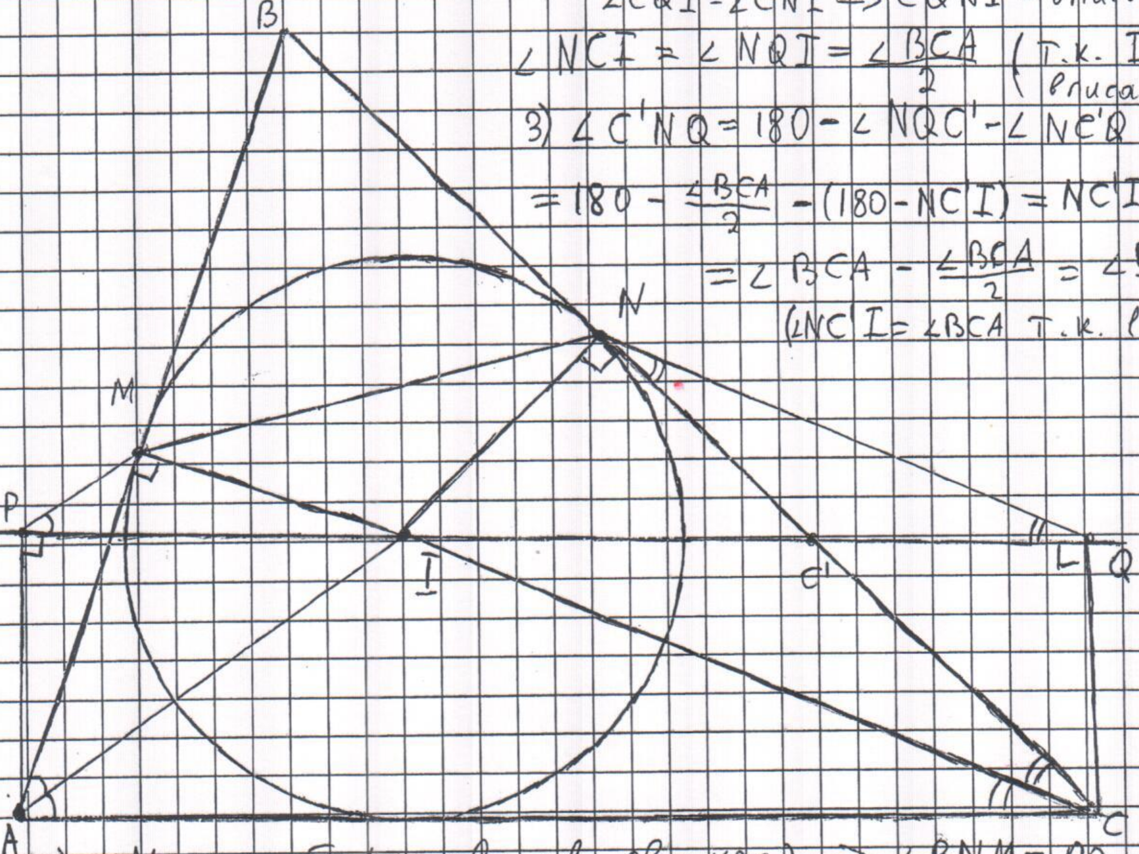
$\angle NCI = \angle NQI = \frac{\angle BCA}{2}$ (т.к. I — центр вписанной) +

3) $\angle C'NQ = 180 - \angle NQC' - \angle NC'Q =$

$= 180 - \frac{\angle BCA}{2} - (180 - NC'I) = NC'I - \frac{\angle BCA}{2}$

$= \angle BCA - \frac{\angle BCA}{2} = \frac{\angle BCA}{2}$ ✓

($\angle NC'I = \angle BCA$ т.к. $l \parallel AC$)



4) $\triangle MBN$ — р/б (по свойству двух кас.) $\Rightarrow \angle BNM = 90 - \frac{\angle ABC}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CNM = 90 + \frac{\angle ABC}{2}$

5) $\angle MPI + \angle MNQ = \frac{\angle BAC}{2} + \angle CNM + \angle C'NQ = \frac{\angle BAC}{2} + 90 + \frac{\angle ABC}{2}$

$+ \frac{\angle BCA}{2} = 90 + \frac{\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB}{2} = 90 + \frac{180}{2} = 180 \Rightarrow$

$\Rightarrow PMNQ$ — вписанный

($\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180$ по свойству треуг)

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№____ от «____» __________ 200____ г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№11.8

Ответ: $2n+1$

Пример для $2n+1$: Если $n=2$, то слово: авава. Перебором очевидно, что получить из него ~~[illegible]~~ послед. вида xxyy не получится. Для каждого $n>2$, будем добавлять по новой букве слева и справа от слова, ~~когда~~ при увеличении n на 1. Тогда составить ~~[illegible]~~ последовательность вида xxyy с участием новой буквы очевидно не получится, а без её участия мы ~~не~~ пытались составить последовательность на прошлом шаге (где n на 1 меньше). (получилось доказательство по индукции)

Оценка для слов из $2n+2$ и больше букв: Если букв $2n+2$ или больше возможно 2 варианта:

1) хотя бы 3 буквы а, 3 буквы в и по 2 остальных x. Тогда уберем все буквы кроме а и в. Останется хотя бы 6 букв. Тогда поделим эти 6 букв на 2 половины, пусть в левой оказалось больше а, тогда справа оказалось больше в, оставим слева 2а, а справа 2в, а остальное уберем, получится ~~[illegible]~~ аавв. (Если слева больше в, то просто переименуем эти буквы)

а а ? | в в ?
x x

ШИФР
II

11-03

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№_____ от «____» ______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 11.8 (продолжение)

2) Будет $n+1 \geq m \geq 4$ букв вида c, а остальных ≤ 2 для каждой буквы

Для начала я уберу все одинаковые буквы если одна из них слева от самой левой c, а другая справа от самой правой c. Тогда я утверждаю, что ~~между первой и самой последней c~~, будет в изначальном слове или слове с выкинут. буквами!

хотя бы 2 вида букв которые повторяются 2 раза. Докажем это утверждения пойдя от обратного. Тогда существует не больше 1 вида букв которые встречаются 2 раза, где?

Тогда всего букв $\geq m + 2 \cdot 1 + (n-2) \geq n+1+n = 2n+1$, а всего букв в слове $2n+2$, противоречие? (n - количество различных букв среди оставшихся)

всего букв $\geq 2n+1$, их $2n+2$, всё ок.

Тогда пронумеруем все c как $c_1, c_2 \ldots c_m$ начиная слева направо. ~~Если одна из~~ Также пусть те найденные пары — a_1 и a_2 и b_1, b_2. ~~Тогда очевидно, что если a_1 будет левее c_{m} или b_1 левее c_{m-1}, то последовательность~~ (a_1 левее a_2), (b_1 левее b_2). Тогда очевидно, что если a_1 правее c_2 или b_1 правее c_2 то последовательность вида $ccaa$ или $ccbb$ легко собирается. Аналогично если a_2 левее c_{m-1} или b_2 левее c_{m-1} последовательность $aacc$ или $bbcc$ легко соберется. Тогда без ограничения общности для a и b остается два нерассмотренных варианта:

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»
№ ______ от « ____ » ____________ 200__ г.
г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

ШИФР II 11-03

тот же в-т или другой?

$a_1\, b_1\, c_1 \ldots c_{m-1}\, b_2\, c_m\, a_2$

$\underline{a_1}\ \underline{c_1}\ \underline{b_1}\ \underline{c_2} \ldots \underline{c_{m-1}}\ \underline{b_2}\ \underline{c_m}\ \underline{a_2}$

и

$\underline{a_1}\ \underline{c_1}\ \underline{b_1}\ \underline{c_2} \ldots \underline{c_{m-1}}\ \underline{a_2}\ \underline{c_m}\ \underline{b_2}$

Остаётся доказать почему эти случаи невозможны. Понятно, что между c_2 и c_{m-1} нет ~~одного~~ повторяющихся букв (иначе мы бы свели слово к $c_1 c_2 d_1 d_2$). Тогда всего букв между c_2 и c_{m-1} = $n-3$ (не считая букв c). А букв c между c_2 и c_{m-1} = $m-4$. Доказать то, что хочу, я не успеваю, но думаю вы понимаете что я хотел сделать, дальше совсем не сложно

докажите что найдется ещё одна буква встречающаяся ровно 2 раза. что дальше?

15 76 : 77
П 76 : 79.

ВС{}Ш ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР	11-10

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников

по Математике 1 тур

(укажите предмет, номер тура)

Фамилия, имя отчество участника олимпиады Пятко Лев Андреевич

Класс, в котором обучается участник 11

количество листов в работе 6

ШИФР	11-10

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
**«Центр образования
«ЭВРИКА»**

№______ от «_____» ________________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

МЕСТО ДЛЯ РАБОТЫ ЖЮРИ

1	2	3	4	5	Σ
+ Бур	+ Бур	⊥ Бур	∅ Бур	∅ Бур	
7	7	4 Кю	0	0	18 Кю

№11.1

Обозначим искомое число за n, а остаток при делении на 40 и 625 за d. Тогда $(n-d) \vdots 40$, $(n-d) \vdots 625$. Отсюда следует, что $(n-d) \vdots \text{НОК}(40, 625) = 5000$. Значит число $(n-d)$ представимо следующим образом:

$\overline{a_1a_2\ldots a_k0000}$ или $\overline{a_1a_2\ldots a_k5000}$. Заметим, что d — остаток при делении на 40, значит $0 \leq d \leq 39$. Также заметим, что число $n-d$ оканчивается тремя нулями, а если бы хотим чтобы $(n-d)+d=n$ имело отличную цифру в тысячах в сравнении с $n-d$, то d должно быть хотя бы 1000, но как я доказал ранее, d не превосходит 39. Значит $(n-d)$ и n имеют одинаковую цифру в тысячах. То есть это может быть 5 или 0.

Приведем примеры для обоих случаев. Число 1000001 имеет остаток 1 при делении на 40 и 625. Число 1005001 имеет остаток 1 при делении на 40 и 625. Ответ: 5 и 0

ШИФР	11-10

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№____ от «____» ______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 11.2

X и Y не нулевые числа, значит их произведение не нулевое

Пусть $xy<0$, тогда без ограничения общности $x>0, y<0$.

Сложим 2 неравенства из условия и получим: $0>x+y$

$-y>x$

$|y|>|x|$

$y^4>x^4$

$0>x^4-y^4>x$

$0>x$

Противоречие.

Значит xy не нулевое и не отрицательное; может ли оно быть положительным? Да может. Пусть $x=y=-1$, тогда:

$$\begin{cases} x^4-y^4>x \\ y^4-x^4>y \end{cases} \quad \begin{cases} (-1)^4-(-1)^4>-1 \\ (-1)^4-(-1)^4>-1 \end{cases} \quad \begin{cases} 0>-1 \\ 0>-1 \end{cases} \qquad xy=1>0$$

Ответ: Возможен только знак плюс

ШИФР	11-10

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «ЭВРИКА»

№____ от «____» __________ 200___ г.

г. Петропавловск-Камчатский, Орбитальный проезд, 13, контактный телефон 7-33-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 11.3

Заметим, что две различные параболы не могут иметь 3 и больше точек пересечения, потому что парабола однозначно определяется по 3 точкам, а значит эти параболы должны были бы совпадать. Значит в каждой паре парабол не больше 2 точек пересечения, значит всего точек пересечения $\leq 2 \cdot 19900 = 39800$.

Все параболы касаются горизонтальной прямой $y=-1$, очевидно, что все точки касания — вершины парабол. Также т.к. вершины парабол имеют ординату -1, и при этом имеют 2 корня, очевидно, что старший коэффициент >0, а также у всех пар парабол есть ~~одно~~ хотя бы 1 пересечение.

~~Пусть m_i и n_i корни парабол $(m_1 > n_1)$, тогда назовем $m_1 - n_1$ характеристикой параболы, и рассмотрим 2 параболы с одинаковой характеристикой~~

~~$f_1(x) = (x - \frac{n_1+m_1}{2a_1})^2 - 1$ $\quad f_2(x) = (x - \frac{m_2+n_2}{2a_1})^2 - 1 =$~~

~~$m_1 - n_1 = m_2 - n_2$~~
~~$n_2 - n_1 = m_2 - m_1 = k$~~ ~~$= (x - \frac{m_1+n_1+2k}{2a_1})^2 - 1 = (x - \frac{m_1+n_1}{2} - \frac{k}{a_1})^2 - 1$~~

~~$f_1(x) = (x - \frac{n_1+m_1}{2a_1})^2 - 1$ $\quad f_2(x) = (x - \frac{n_1+m_1}{2a_1} - \frac{k}{a_1})^2 - 1$~~

~~То есть очевидно, что эти 2 функции получены сдвигом одной функции вправо.~~

Пусть m_i и n_i корни трехчленов $(m_i > n_i)$, тогда назовём $m_i - n_i$ характеристикой параболы. Рассмотрим 2 параболы с одинаковой характеристикой.

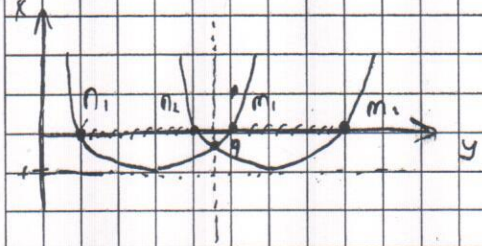
ШИФР 11-10

Краевое государственное
общеобразовательное учреждение
«Центр образования
«ЭВРИКА»

№ ______ от «_____» ______________ 200 ____г.

г. Петропавловск-Камчатский,
Орбитальный проезд, 13,
контактный телефон 7-32-10
E-mail: evrika@mail.kamchatka.ru

№ 11.3 (продолжение)



(рис. 1)

$m_2 - n_2 = m_1 - n_1$

$m_2 - m_1 = n_2 - n_1 = k$

$f_1(x) = a(x - \frac{-b_1}{2a_1})^2 - 1 = a(x - \frac{m_1+n_1}{2})^2 - 1$ $\quad$ $f_2(x) = a(x - \frac{-b_2}{2a_2})^2 - 1 = a(x - \frac{m_2+n_2}{2})^2 - 1 = a(x - \frac{m_1+n_1}{2} - k)^2 - 1$ $\quad -1$

То есть эти параболы „одинаковы" и получены сдвигом одной в сторону. Тогда пусть a — их пересечение, тогда эти 2 графика будут симметричны относительно $x=a$. Если будет пересечение справа от $x=a$, то оно будет и слева, тогда пересечения будет 3, а это невозможно. Значит пересечение только одно, в $x=a$. Заметил, что всего характеристик парабол 100 (от 1 до 100), значит по принципу Дирихле будет не меньше 100 совпадений характеристик ($200-100=100$). А это значит, что всего пересечений не больше $39800-100 = 39700$ (т.к. 39800 пересечений будет только тогда, когда у каждой пары парабол 2 пересечения)

Заметил, что если абсциссы наших парабол равны, то у них ровно 1 пересечение (рис. 2). Всего абсциссы принимают $\frac{99{,}5-0{,}5}{0{,}5} = 198$ значений $(0{,}5; 1; 1{,}5; \ldots; 99{,}5)$. Значит по принципу Дирихле

199 значен.

абсциссы парабол совпадут не меньше $200-198=2$ раз

ШИФР

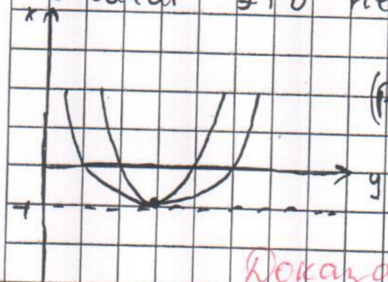
11-10

№11.3 (ещё одно продолжение)

Значит общее количество пересений будет уже не больше 39700 − 2 = 39698 раз. А 39699 > 39698.

нет

Значит это невозможно.



(Рис 2.)

Доказано, что на доске не более 39699 чисел